



Province of the  
**EASTERN CAPE**  
EDUCATION

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**SEPTEMBER 2015**

**WISKUNDE V2  
MEMORANDUM**

**PUNTE: 150**

---

Hierdie memorandum bestaan uit 14 bladsye.

---

## VRAAG 1

1.1	<table><tr><td>Engels HT</td><td>42</td><td>54</td><td>85</td><td>32</td><td>63</td><td>71</td><td>92</td><td>62</td><td>58</td><td>66</td></tr><tr><td>Afrikaans EAT</td><td>50</td><td>58</td><td>80</td><td>45</td><td>60</td><td>65</td><td>98</td><td>75</td><td>71</td><td>58</td></tr></table> <div><p>Spreidiagram vir Engels HT en Afrikaans EAT Punte</p><p>Afrikaans Eerste Addisionele Taal Punte</p><p>Engels Huistaal punte</p></div>	Engels HT	42	54	85	32	63	71	92	62	58	66	Afrikaans EAT	50	58	80	45	60	65	98	75	71	58	<p>✓✓✓ afsteek van al tien punte</p> <p>✓regressielyn</p>	(4)
Engels HT	42	54	85	32	63	71	92	62	58	66															
Afrikaans EAT	50	58	80	45	60	65	98	75	71	58															
1.2	<p><math>a = 18,03563\dots</math></p> <p><math>b = 0,76\ 7429\dots</math></p> <p><math>y = 18,04 + 0,77x</math></p>	<p>✓ waarde vir A</p> <p>✓ waarde vir B</p> <p>✓ vergelyking</p>	(3)																						
1.3	<p><math>r = 0,88</math></p>	<p>✓✓ antwoord</p>	(2)																						
1.4	<p>Sterk positiewe korrelasie.</p> <p>OF Linieêre neiging</p> <p>OF As die leerder hoë punte in Engels gekry het sal die leerder soortgelyke punte in Afrikaans behaal.</p>	<p>✓ antwoord</p>	(1)																						
1.5	<p>74%</p> <p>Aanvaar antwoorde vanaf 73 tot 75</p>	<p>✓✓ antwoord</p>	(2)																						
			[12]																						

## VRAAG 2

2.1	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $= \frac{1155}{20}$ $= 57,75$ $\sigma = (6,737 \dots)^2$ $= 45,39$ Slegs Antwoord: Volpunte	✓ antwoord  ✓ kwadraat van variansie  ✓ antwoord	(3)
2.2.1	22 studente	✓ antwoord	(1)
2.2.2	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $= \frac{1320}{22}$ $= 60$ Slegs Antwoord: Volpunte	✓ substitusie/ vervanging  ✓ antwoord	(2)
2.2.3	$\sigma = \sqrt{\frac{1012}{22}}$ $= 6,782$ Slegs Antwoord: Volpunte	✓ substitusie/ vervanging ✓ antwoord	(2)
2.3	$\frac{1155 + 5x}{25} = 60$ $1155 + 5x = 1500$ $5x = 345$ $x = 69$ Elke seun moet 69 kg weeg.	✓ $\frac{1155 + 5x}{25} = 60$  ✓ antwoord	(2)
			<b>[10]</b>

## VRAAG 3

3.1.1	$E = \left[ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right]$ $= \left[ \frac{3+5}{2}; \frac{5+3}{2} \right]$ $E = (4; 4)$	✓ vervanging in korrekte formule  ✓ koördinate van E.	(2)
3.1.2	$m_{AB} = m_{DC}$ $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{3 - 1}{5 + 1}$ $\frac{y - 5}{x - 3} = \frac{2}{6}$ $\therefore y - 5 = 2 \text{ \& } x - 3 = 6$ $\therefore y = 7 \text{ \& } x = 9$ $B(9; 7)$ <b>OF</b> $\frac{-1 + x}{x} = 4 \quad ; \quad \frac{1 + y}{x} = 4$ $x = 9, y = 7$ $B(9; 7)$	✓ gelykstel van twee gradiënte. ✓ vereenvoudiging ✓ koördinate vir B  $\sqrt{\frac{-1+x}{x}} = 4$ $\sqrt{\frac{1+y}{x}} = 4$ ✓ koördinate vir B	(3)
3.1.3	$F = \frac{-1+5}{2}; \frac{1+3}{2}$ $F = [2; 2]$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = 1(x - 2)$ $y = x - 2 + 2$ $y = x$	✓ koördinate van F. ✓ formule ✓ korrekte waarde van m ✓ korrekte vervanging in die formule ✓ antwoord	(5)
3.2	$m_{DE} = m_{EG}$ $\frac{2,5 - 4}{t + 1 - 4} = \frac{3}{5}$ $\frac{-1,5}{t - 3} = \frac{3}{5}$ $3t - 9 = -7,5$ $3t = 1,5$ $t = 0,5$	✓ gelykstel van gradiënte  ✓ korrekte vervanging  ✓ vereenvoudiging  ✓ antwoord	(4)

3.3	$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $= \sqrt{(9 - 3)^2 + (7 - 5)^2}$ $= \sqrt{40}$ $= \sqrt{(-1 - 3)^2 + (1 - 5)^2}$ $= \sqrt{32}$ <p><math>\therefore</math> ABCD is NIE 'n rombus/ruit nie, want <math>AB \neq AD</math></p> <p style="text-align: center;">OF</p> $m_{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $= \frac{5 - 3}{3 - 5}$ $= -\frac{2}{3}$ $m_{DB} = \frac{3}{5}$ $m_{AC} \times m_{DB} = -\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ $= -\frac{2}{5}$ $\neq -1$ <p><math>\therefore</math> ABCD is nie 'n rombus/ruit nie:</p> $m_{AC} \times m_{DB} \neq -1$	<p>✓ vervanging in formule</p> <p>✓ antwoord</p> <p>✓ antwoord</p> <p>✓ stelling</p> <p>✓ rede</p> <p>✓ vervanging in formule</p> <p>✓ antwoord</p> <p>✓ antwoord</p> <p>✓ stelling</p> <p>✓ rede</p>	<p>(5)</p> <p><b>[19]</b></p>
-----	---	---	-------------------------------

## VRAAG 4

4.1	$r^2 = (3 + 1)^2 + (1 - 4)^2$ $= 16 + 9$ $r^2 = 25$ $r = 5$ $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 25$	✓ gebruik van afstand formule  ✓ $r^2 = 25$  ✓✓ vervanging van waardes in die formule	(4)
4.2	$\widehat{NQM} = 90^\circ$ [hoek onderspan deur middellyn]	✓ antwoord	(1)
4.3	$(m_{NQ}) \cdot (m_{QM}) = -1$  $\frac{y - 7}{x + 5} \times \frac{y - 1}{x - 3} = -1$  $\frac{0 - 7}{x + 5} \times \frac{0 - 1}{x - 3} = -1$  $\frac{7}{x + 5} \times \frac{-1}{x - 3} = -1$  $x^2 + 2x - 15 = -7$ $x^2 + 2x - 8 = 0$ $(x + 4)(x - 2) = 0$ $x = -4, x = 2$  Q(-4 ; 0)	✓ vervanging in formule vir loodregte gradiënte    ✓ vereenvoudiging en oplossing van drieterm  ✓ koördinate van Q	(3)
4.4	$m_{MN} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  $= \frac{7 - 1}{-5 - 3}$  $= \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$	✓ vervanging in formule  ✓ antwoord	(2)
4.5	$m_{MN} = -\frac{3}{4}$ $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ $\theta = 180^\circ - 36,86^\circ$ $\theta = 143,13^\circ$  $m_{QM} = \frac{1 - 0}{3 + 4}$ $\tan \beta = \frac{1}{7}$ $\beta = 8,13^\circ$ $\alpha = 143,13^\circ - 98,13^\circ$ $\alpha = 45$	✓ gradiënt van MN  ✓ waarde van $\theta$  ✓ gradiënt van QM  ✓ waarde van $\beta$  ✓ waarde van $\alpha$	(5)

4.6	$m_{MP} = \frac{4-1}{-1-3}$ $= -\frac{3}{4}$ $m_{\tan} = \frac{4}{3}$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 1 = \frac{4}{3}(x - 3)$ $y = \frac{4}{3}x - 4 + 1$ $y = \frac{4}{3}x - 3$	✓ $m_{MP}$  ✓ $m_{\tan}$  ✓ vervanging in die formule  ✓ vereenvoudiging  ✓ antwoord	(5)
			[20]

**VRAAG 5**

5.1	$\cos 75^\circ + \cos 15^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) + \cos(45^\circ - 30^\circ)$ $= 2 \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ$ $= 2 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ $= \frac{\sqrt{6}}{2}$	✓ uitdrukking in terme van $30^\circ$ en $45^\circ$ ✓ gebruik van saamgestelde identiteit ✓ vervanging van waardes ✓ antwoord	(4)
5.2	$1 + 4 \sin^2 A - 5 \sin A + \cos 2A = 0$ $1 + 4 \sin^2 A - 5 \sin A + 1 - 2 \sin^2 A = 0$ $2 \sin^2 A - 5 \sin A + 2 = 0$ $(2 \sin A - 1)(\sin A - 2) = 0$ $2 \sin A = 1 \text{ or } \sin A = 2 \text{ (geen oplossing)}$ $\sin A = \frac{1}{2}$ $A = 30^\circ + k \cdot 360$ $A = 150^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in \mathbb{Z}$	✓ $\cos 2A$ in terme van $\sin A$ ✓ standaard vorm ✓ faktore ✓ vir elke waarde van $\sin A$ ✓ algemene oplossing 1 <sup>ste</sup> kwadrant ✓ algemene oplossing 2 <sup>de</sup> kwadrant ✓ algemene oplossing notasie	(7)

5.3	$\frac{\sin 2A}{1 + \cos 2A} = \tan A$ $\text{LHS} = \frac{2 \sin A \cdot \cos A}{1 + 2 \cos^2 A - 1}$ $= \frac{2 \sin A \cdot \cos A}{2 \cos^2 A}$ $= \frac{\sin A}{\cos A}$ $= \tan A$ <p>LK = RK</p>	<p>✓ dubbelhoek identiteit van <math>\sin 2A</math></p> <p>✓ dubbelhoek identiteit van <math>\cos 2A</math></p> <p>✓ LK = RK</p>	(3)
5.4	$\frac{\cos x \tan x \sin 23^\circ \cos 23^\circ}{\sin 46^\circ (-\sin x)}$ $\cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \sin 23^\circ \cdot \cos 23^\circ$ $\frac{-2 \sin 23^\circ \cos 23^\circ \cdot \sin x}{1}$ $-\frac{1}{2}$	<p>✓ <math>\cos x</math></p> <p>✓ <math>\tan x</math></p> <p>✓ <math>\sin 46^\circ</math></p> <p>✓ <math>-\sin x</math></p> <p>✓ <math>\frac{\sin x}{\cos x}</math></p> <p>✓ <math>2 \sin 23^\circ \cos 23^\circ</math></p>	(6)
			[20]



## VRAAG 6

6.1	120°		✓ antwoord	(1)
6.2			<p><i>f</i></p> <p>✓ <i>x</i> – afsnit ✓ <i>y</i> – afsnit ✓ draaipunte</p> <p><i>g</i></p> <p>✓ <i>x</i> – afsnitte ✓ <i>y</i> – afsnit ✓ draaipunte</p>	(6)
6.3	6.3.1	$x \in (30^\circ ; 90]$	✓ albei waardes korrek ✓ korrekte notasie	(2)
	6.3.2	$x \in (-90^\circ ; -30^\circ)$	✓ albei waardes korrek ✓ korrekte notasie	(2)
6.4	$-4 \leq y \leq 0,5$ OF $[-4 ; 0,5]$		✓ interval ✓ waardes	(2)
				[13]

## VRAAG 7

7.1	$\text{In } \triangle CBE$ $\frac{CE}{BC} = \sin \hat{C}BE$ $BC = \frac{CE}{\sin \hat{B}}$ $= \frac{3}{\sin 16,7^\circ}$ $BC = 10,44$	✓ verhouding vir sin  ✓ vereenvoudiging en vervanging  ✓ antwoord	(3)
7.2	$\text{In } \triangle ABC$ $\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{BC}{\sin A}$ $AB = \frac{BC \cdot \sin \hat{C}}{\sin \hat{A}}$ $AB = \frac{10,44 \cdot \sin 32,3^\circ}{\sin 18,1^\circ}$ $AB = 17,96^\circ$	✓ gebruik van sinusreël  ✓ vereenvoudiging en vervanging  ✓ antwoord	(3)
7.3	$\frac{AD}{AB} = \sin \hat{C}BD$ $AD = AB \cdot \sin \hat{C}BD$ $= 17,96 \sin 33,7^\circ$ $AD = 9,96 \text{ m}$ $AD = 10 \text{ m}$	✓ verhouding vir sin  ✓ vereenvoudiging en vervanging  ✓ antwoord	(3)
			[9]

**VRAAG 8**

8.1.1	$\hat{T}_2 = x$ [OS = OT, radiusse] $\hat{O}_1 = 180^\circ - 2x$ [som van $\angle$ 'e van $\Delta$ ]	✓ S/R ✓ S/R	(2)
8.1.2	$\hat{P} = \frac{\hat{O}_1}{2}$ [middelpunts $\angle = 2 \times$ omtrekshoek $\angle$ ] $= \frac{180-2x}{2}$ $= 90^\circ - x$	✓ stelling en rede ✓ antwoord	(2)
8.1.3	$\hat{O}_1 = \hat{R}$ [SOTR is 'n parallelogram] of [teenoorst. hoeke van parallelogram] $\hat{R} = 180^\circ - 2x$	✓ stelling & rede ✓ antwoord	(2)
8.2	$\hat{O}_1 = \hat{R}$ [teenoorst. hoeke van parallelogram] $180^\circ - 2x = 90^\circ + x$ $3x = 90^\circ$ $x = 30^\circ$	✓ stelling en rede ✓ vervanging van waardes ✓ antwoord	(3)
			<b>[9]</b>

**VRAAG 9**

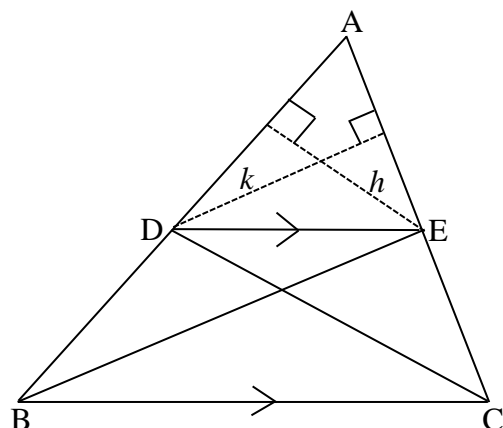
9.1	$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$ [lyn vanaf die middelpunt 'n sirkel na die middelpunt van die koord] $\hat{M}_2 = \hat{A}$ [gegee $QA \perp TA$ ] $\hat{M}_2 + \hat{A} = 180^\circ$ $\therefore$ MTAR is 'n koordevierhoek [teenoorst. $\angle$ 'e is supplementêr]	✓ $\hat{M}_2 = 90^\circ$ ✓ rede ✓ $\hat{M}_2 = A$ & rede ✓ gevolgtrekking en rede	(4)
9.2	In $\Delta PMR$ & $\Delta TMR$ (i) $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ [OR halveer PT] (ii) $PM = MT$ [M is die middelpunt van PT] (iii) $MR = MR$ [gemeen] $\therefore \Delta PMR \equiv \Delta TMR$ [S A S] $\therefore PR = TR$	✓ stelling en rede ✓ stelling en rede ✓ stelling en rede ✓ SAS ✓ gevolgtrekking	(5)
9.3	$\hat{T}_2 = \hat{P}$ [Raaklyn koord stelling] $\hat{T}_1 = \hat{T}_2$ [Albei gelyk aan $\angle P$ ]	✓ $\hat{T}_2 = \hat{P}$ ✓ Raaklyn koord ✓ gevolgtrekking	(3)
			<b>[12]</b>

## VRAAG 10

10.1	Eweredig	✓ antwoord	(1)
10.2.1	$\hat{A}_4 = \hat{D}_1$ [raaklyn koord stelling] $\hat{D}_1 = x$  $\hat{D}_1 = \hat{E}_2$ [hoeke in dieselfde segment] $\hat{E}_2 = x$  $\hat{A}_4 = \hat{C}_2$ [teenoorst. binne $\angle$ ]	✓ stelling en rede  ✓ stelling en rede  ✓ stelling en rede	(3)
10.2.2	In $\triangle ACF$ & $\triangle ADC$ i) $\hat{A}_3 = \hat{A}_3$ [gemeen] ii) $\hat{C}_2 = \hat{D}_1$ $\triangle ACF \parallel \triangle ADC$ [gelykhoekig]	✓ stelling en rede ✓ stelling en rede ✓ stelling en rede	(3)
10.2.3	$\triangle ACF \parallel \triangle ADC$  $\frac{AC}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{CF}{DC}$  $\frac{AC}{AD} = \frac{AF}{AC}$  $AF = \frac{AC \cdot AC}{AD}$ , maar $AC = AO$  $AF = \frac{AO^2}{AD}$	✓ sye eweredig  ✓ kies van die korrekte eweredighede  ✓ vereenvoudiging  ✓ antwoord	(4)
			[11]

## VRAAG 11

11.1



Te Bewys:  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Konstr: Teken hoogtelyn  $h$  vanaf  $E$  na  $AD$   
 Teken hoogtelyn  $k$  vanaf  $D$  na  $AE$ .  
 Verbind  $BE$  en  $DC$

BEWYS:

$$\frac{\text{area } \triangle ADE}{\text{area } \triangle BDE} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AD \cdot h}{\frac{1}{2} \cdot DB \cdot h}$$

$$= \frac{AD}{BD}$$

$$\frac{\text{area } \triangle ADE}{\text{area } \triangle CED} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AE \cdot k}{\frac{1}{2} \cdot EC \cdot k}$$

$$= \frac{AE}{EC}$$

Maar  $\text{Area } \triangle BDE = \text{Area } \triangle CED$  (dieselfde basis en dieselfde hoogte)

$$\therefore \frac{\text{area } \triangle ADE}{\text{area } \triangle BDE} = \frac{\text{area } \triangle ADE}{\text{area } \triangle CED}$$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

✓ konstruksie

✓ verhouding: area van  $\triangle ADE$ :  $\triangle BDE$

✓  $\frac{AD}{BD}$

✓ verhouding: area van  $\triangle ADE$  :  $\triangle CED$

✓  $\frac{AE}{EC}$

✓ gelykstel van twee areas

✓ gevolgtrekking  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

(6)

11.2.1	$\frac{AD}{DB} = \frac{AM}{MN} = \frac{3}{2}$ [Eweredigheid Stelling; DE $\parallel$ BC]	✓ antwoord ✓ rede	(2)
11.2.2	In $\triangle ADE$ & $\triangle ABC$ i) $\hat{A} = \hat{A}$ [gemeen] ii) $\hat{ADE} = \hat{ABC}$ [ooreenkomstig ; DE $\parallel$ BC] $\therefore \triangle ADE \parallel \triangle ABC$ [gelykhoekig]  $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$  $\frac{AD}{BC} = \frac{DE}{BC} = \frac{3}{2}$	✓ ooreenkomstige hoeke gelyk ✓ aantoning $\triangle ADE \parallel \triangle ABC$ ✓ sye in eweredigheid ✓ antwoord	(4)
11.2.3	$\frac{\text{area } \triangle ADE}{\text{area } \triangle ABC} = \frac{\frac{1}{2} DE \cdot AM}{\frac{1}{2} BC \cdot AN}$  $= \frac{3 \times 3}{5 \times 5}$  $= \frac{9}{25}$	✓ verhouding van areas ✓ vervanging van waardes in die noemer en die teller ✓ vereenvoudiging en antwoord	(3)
			[15]
		<b>TOTAAL:</b>	<b>150</b>