Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2015

WISKUNDE V1

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, insluitend ŉ inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. ŉ Goedgekeurde sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Nommer jou antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. Skryf netjies en leesbaar.
9. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

VRAAG 1

1.1 Gegee: $(x+3)(3x-1)=m$

1.1.1 Los op vir x as $m=0$. (2)

1.1.2 Los op vir x, afgerond tot twee desimale plekke, as $m=6$. (5)

1.1.3 Die draaipunt van $f(x)$ = $(x + 3)(3x – 1)$ is $(-1\frac{1}{3}; -8\frac{1}{3})$.

(a) Hoe moet die grafiek van f getransleer word sodat dit gelyke wortels sal hê? (2)

(b) Skryf, vervolgens, die waardes van k neer waarvoor $f(x) + k = 0$ geen reële oplossings sal hê nie. (1)

1.2 Los gelyktydig vir x en y in die volgende vergelykings op:

$x-2y=3$
$4x^2-5xy=3-6y$ (6)

1.3 Los op vir x as $(3^x-1)(3^x-12)=0$. (4)

1.4 Los op vir n as $-n^2+14n+15\geq 0$ (4)

[24]

VRAAG 2

2.1 Gegee die volgende rekenkundige ry:

$14\ ;\ 9\ ;\ 4\ ;\ ...$

2.1.1 Bepaal die waarde van die 50ste term. (3)

2.1.2 Bereken die som van die eerste vyftig terme. (2)

2.2 Die volgende terme stel die eerste drie terme van ŉ rekenkundige ry voor:

$-24\ ;\ p\ ;\ p^2$

Bepaal die waarde(s) van p. (4)

2.3 Beskou die meetkundige reeks: $3+m+\frac{m^2}{3}+\frac{m^3}{9}+\cdots$

2.3.1 Vir watter waarde(s) van m sal die reeks konvergeer? (3)

2.3.2 Dit word gegee dat: $3+m+\frac{m^2}{3}+\frac{m^3}{9}+\cdots=\frac{27}{7}$

Bepaal die waarde van m. (3)

2.4 Die som van die eerste drie terme van ŉ meetkundige ry is $31\frac{1}{2}$. Die som van die vierde, vyfde en sesde terme van dieselfde ry is $3\frac{15}{16}$. Bepaal die waarde van die gemene verhouding (r). (5)

[20]

VRAAG 3

Beskou die volgende getalstruktuur:

Ry 1	3				
Ry 2	6	9			
Ry 3	12	15	18		
Ry 4	21	24	27	30	
Ry 5	33	36	39	42	45

Die tweede term van elke ry lewer die volgende getalpatroon:

$9\ ;\ 15\ ;\ 24\ ;\ 36\ ;\ \ldots$

3.1 Bepaal ŉ uitdrukking vir die n-de term van bostaande getalpatroon. (4)

3.2 Bereken die waarde van die vyfde term in Ry 20. (3)

[7]

VRAAG 4

4.1 Patrick open ŉ spaarrekening op 1 Januarie 2012. Hy maak ŉ onmiddellike betaling van R2 000 in die rekening en maak daarna ŉ maandelikse betaling van R1 200 aan die einde van elke maand.
Die laaste betaling word op 31 Desember 2013 gemaak. Rente word bereken teen 8% per jaar, maandeliks saamgestel.

4.1.1 Bereken die waarde van Patrick se belegging op 31 Desember 2013. (5)

4.1.2 Patrick besluit om nie die geld op 31 Desember 2013 te onttrek nie. Hy maak geen verdere betalings nie en die belegging verdien dieselfde rentekoers.

Bereken die waarde van die belegging op 31 Mei 2014. (3)

4.2 Lilly neem ŉ lening ter waarde van R150 000 uit. Sy betaal die lening terug by wyse van gelyke maandelikse paaiemente wat sy aan die einde van elke maand maak. Die eerste paaiement is drie maande na die toestaan van die lening en die laaste paaiement is agt jaar na die toestaan van die lening.
Die rentekoers is 15% per jaar, maandeliks saamgestel.

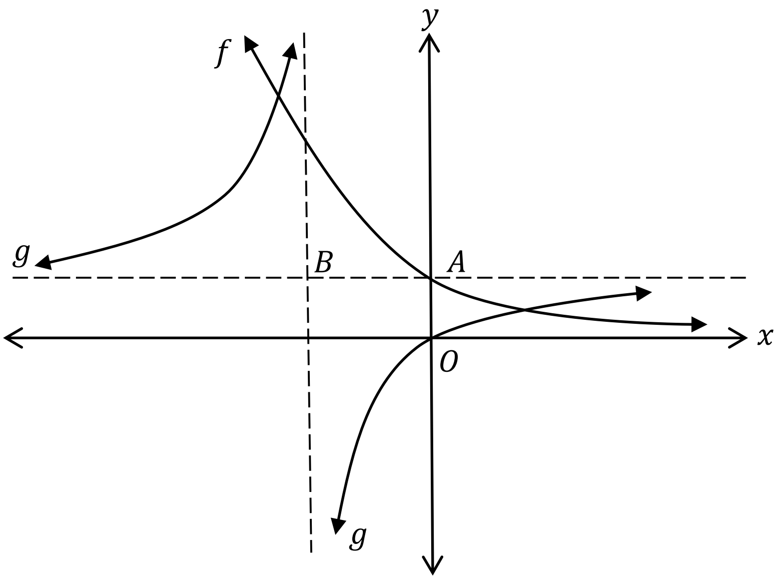
4.2.1 Bereken die waarde van die gelyke maandelikse paaiemente. (5)

4.2.2 Herlei die rentekoers na ŉ effektiewe rentekoers, afgerond tot twee desimale plekke. (2)

[15]

VRAAG 5

Die skets toon die grafieke van $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ en $g(x) = \frac{a}{x+p} + q$.
B is die snypunt van g se asimptote. A is die y-afsnit van f. Die grafiek van g gaan deur die oorsprong. AB is ewewydig aan die x-as.



5.1 Skryf die vergelyking van f^{-1} in die vorm $y = \cdots$ neer. (2)

5.2 Skryf die definisieversameling (gebied) van f^{-1} neer. (1)

5.3 Bereken die waarde(s) van x as $4 \times f(x+1) = \sqrt{2}$. (3)

5.4 Bepaal die waardeversameling (terrein) van g. (2)

5.5 Indien $h(x) = x + 3$ die vergelyking van een van die simmetrie-asse van g is, bepaal die koördinate van B. (2)

5.6 Bepaal vervolgens die vergelyking van g. (4)

5.7 Vir watter waarde(s) van x is $g'(x) > 0$? (1)

[15]

VRAAG 6

Gegee $f(x) = 2x^2 - 10x - 28$ en $g(x) = mx + k$.

6.1 Skryf die y-afsnit van f neer. (1)

6.2 Bepaal die x-afsnitte van f. (3)

6.3 Bepaal die koördinate van die draaipunt van f. (2)

6.4 Skets die grafiek van f. Toon die afsnitte met beide asse asook die koördinate van die draaipunt duidelik aan. (2)

6.5 Bepaal die koördinate van punt P, ŉ punt op f, waar die gradiënt van die raaklyn aan f by P gelyk is aan 6. (4)

6.6 Bepaal die vergelyking van g, die reguitlyn wat deur die punte $(-2; 0)$ en $(4; -36)$ gaan. (4)

6.7 Skryf die vergelyking van h in die vorm $h(x) = a(x + p)^2 + q$ neer as $h(x) = f(x + 2) - 3$. (2)

[18]

VRAAG 7

7.1 Gegee: $f(x) = -5x^2$

Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels. (5)

7.2 Gegee die volgende: $y = 8x^3$ en $\sqrt{a} = y^{\frac{2}{3}}$

Bepaal die volgende:

7.2.1 $\frac{dy}{dx}$ (1)

7.2.2 $\frac{da}{dy}$ (2)

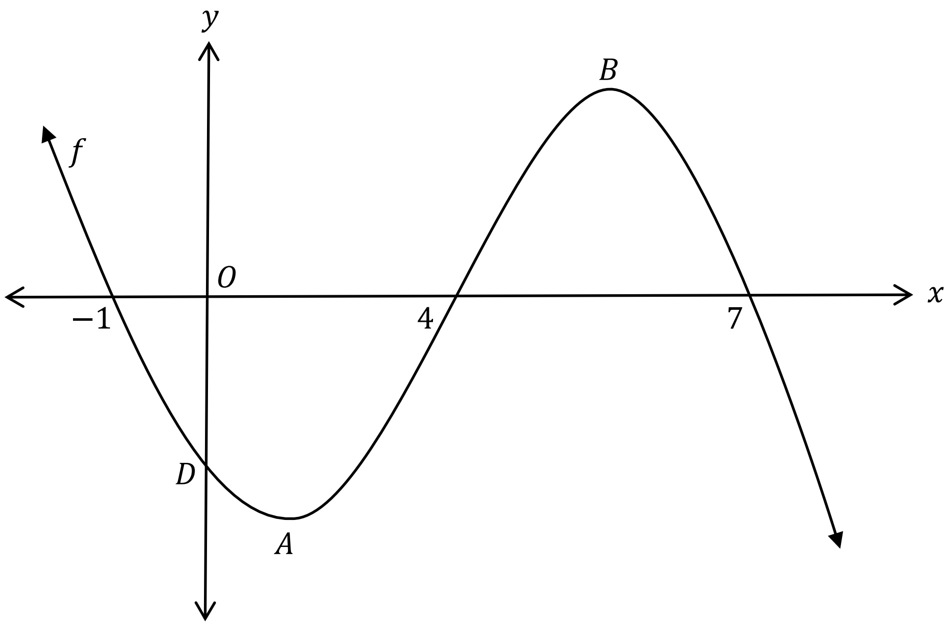
7.2.3 $\frac{da}{dx}$ (3)

7.3 Die reguitlyn $g(x) = -8x + 3$ is ŉ raaklyn aan die kromme van ŉ funksie f by $x = 5$. Bereken $f(5) - f'(5)$. (3)

[14]

VRAAG 8

Die onderstaande skets toon die grafiek van $f(x) = -x^3 + 10x^2 - 17x + d$.
Die x-afsnitte van f is $(-1; 0)$, $(4; 0)$ en $(7; 0)$. A en B is die draaipunte van f en D is die y-afsnit van f. Die skets is nie volgens skaal geteken nie.



8.1 Skryf die waarde van d neer. (1)

8.2 Bepaal die koördinate van A en B. (5)

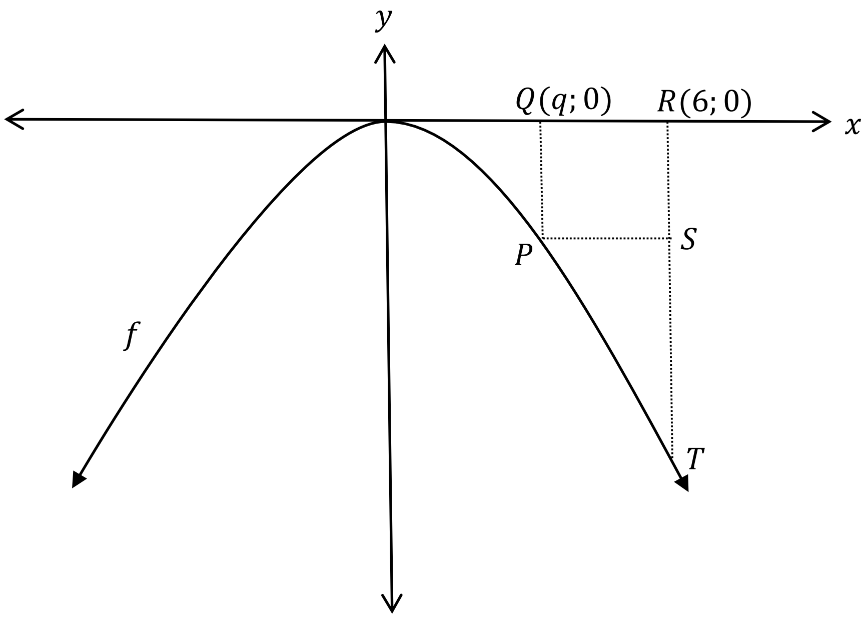
8.3 Bepaal die waarde van x waar die konkawitieit van f verander. (2)

8.4 Bepaal die koördinate van die punt op f met 'n maksimum gradiënt. (2)

8.5 Bepaal vir watter waarde(s) van x is $f(x).f'(x) \geq 0$. (3)
[13]

VRAAG 9

Die onderstaande grafiek toon die skets van $f(x) = -2x^2$. R is die punt $(6; 0)$ en Q is die punt $(q; 0)$. P en T is punte op f. RST is ewewydig aan die y-as en PS is ewewydig aan die x-as. $PQRS$ is 'n reghoek.



9.1 Skryf die koördinate van P in terme van q neer. (1)

9.2 Toon aan dat die oppervlakte (A) van reghoek $PQRS$ as volg uitgedruk kan word:

$A = 12q^2 - 2q^3$ (2)

9.3 Bepaal die maksimum oppervlakte (A) van reghoek $PQRS$. (4)

[7]

VRAAG 10

10.1 A en B is twee gebeurtenisse in ŉ steekproefruimte.
$P(nie\ A) = 0{,}45$ en $P(B) = 0{,}35$.

10.1.1 Bepaal $P(A)$. (1)

10.1.2 Bepaal $P(A\ of\ B)$ as A en B onderling uitsluitende gebeurtenisse is. (2)

10.1.3 Bepaal $P(A\ en\ B)$ as A en B onafhanklike gebeurtenisse is. (2)

10.2 ŉ Blou (B) en groen (G) emmer word met balle gevul. Die blou emmer bevat 5 wit (W) en 3 rooi (R) balle. Die groen emmer bevat 2 wit en 7 rooi balle. ŉ Emmer word ewekansig gekies en daarna word een bal ewekansig uit die emmer getrek.

10.2.1 Teken ŉ boomdiagram om bostaande inligting voor te stel. Dui die waarskynlikheid van elke vertakking van die boom duidelik aan. Toon al die moontlike uitkomste. (4)

10.2.2 Bepaal die waarskynlikheid dat ŉ rooi bal getrek word. (3)
[12]

VRAAG 11

Die Oos-Kaap benodig nuwe kodes vir nommerplate. Die nuwe kodes bestaan uit vier letters gevolg deur vier syfers, soos hieronder aangetoon. Alle kodes eindig met EC.

BCDF 3856 EC

Die klinkers (A, E, I, O, U) en Q mag nie gebruik word nie en syfers 1 tot 9 word gebruik. Letters en syfers mag herhaal word.

11.1 Bereken hoeveel nommerplate met verskillende kodes gemaak kan word. (3)

11.2 Bereken die waarskynlikheid dat ŉ kode wat ewekansig gekies word uit ewe syfers wat nie dieselfde is nie sal bestaan. (2)
[5]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $\quad r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $\quad area\,\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(\text{A of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$