



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

JUNIE 2018

WISKUNDE V2

PUNTE: 150

TYD: 3 uur



* J M A T H A Z *

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n 1-bladsy inligtingsblad, en 'n spesiale antwoordeboek.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Antwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK voorsien.
3. Toon duidelik ALLE berekening, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het in die bepaling van jou antwoorde.
4. Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Indien nodig moet jy jou antwoorde tot TWEE desimale plekke afrond, tensy anders vermeld.
6. Diagramme is nie noodwendig volgens skaal getekend nie.
7. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

'n Klas van 15 leerders is 'n toets uit 100 punte gegee. Die punte wat die leerders behaal is soos volg:

34 58 26 44 28 29 36 49 54 43 45 59 37 29 48

- 1.1 Bereken die gemiddelde punt vir hierdie leerders. (2)
 - 1.2 Bereken die standaardafwyking. (2)
 - 1.3 Hoeveel leerders het punte behaal wat binne een standaardafwyking van die gemiddelde is? (3)
 - 1.4 Bereken die semi-IKW. (3)
- [10]**

VRAAG 2

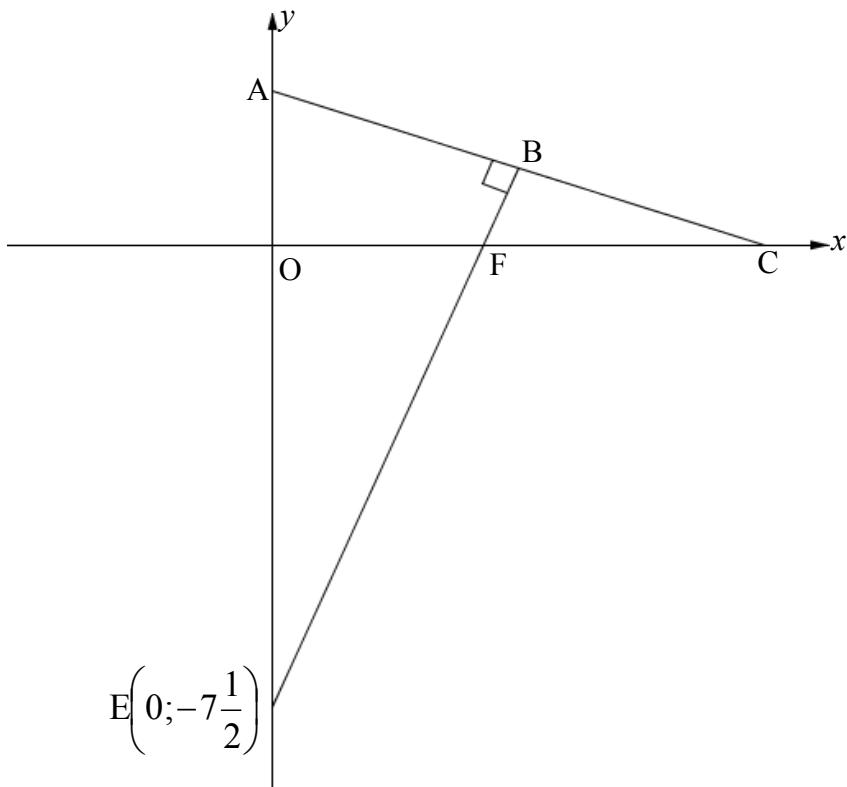
'n Groep van 64 leerders het 'n Engelse opstel geskryf, en die tyd wat dit geneem het om die taak te voltooi is soos volg opgeteken:

Tyd (in minute)	Frekwensie	Kumulatiewe frekwensie
$5 \leq t < 10$	3	
$10 \leq t < 15$	5	
$15 \leq t < 20$	y	
$20 \leq t < 25$	16	
$25 \leq t < 30$	15	
$30 \leq t < 35$	17	
$35 \leq t < 40$	y	

- 2.1 Bereken die waarde van y . (2)
 - 2.2 Voltooi die kumulatiewe frekwensie tabel. (2)
 - 2.3 Teken 'n ogief (kumulatiewe frekwensie grafiek) om die inligting, op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is, voor te stel. (3)
 - 2.4 Gebruik jou grafiek om te beraam hoeveel leerders die taak na 33 minute voltooi het. (3)
- [10]**

VRAAG 3

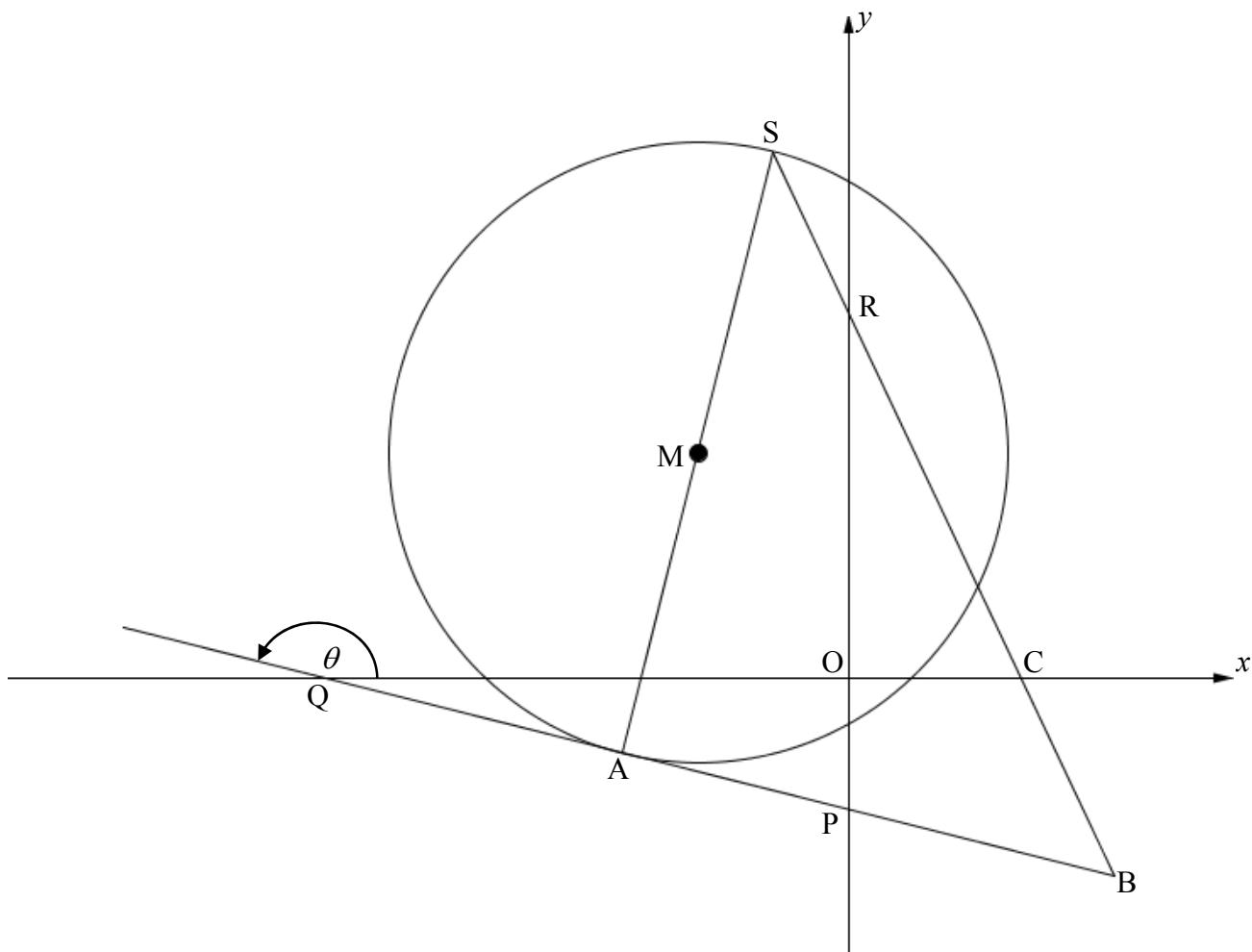
In die diagram hieronder is die lyn AC geteken, met A en C y- en x- afsnitte onderskeidelik. Die vergelyking van AC is $x + py = p$, $p > 0$. Dit is ook gegee dat $OC = 4OA$. Die reguitlyn EB is geteken. B is die punt op AC sodat $EB \perp AC$ is. EB sny die y-as by $E\left(0; -7\frac{1}{2}\right)$ en die x-as by F.



- 3.1 Bereken die koördinate van A. (2)
 - 3.2 Bereken die waarde van p . (4)
 - 3.3 Bepaal die vergelyking van EB in die vorm $y = mx + c$. (2)
 - 3.4 Bereken die koördinate van B. (4)
 - 3.5 Bereken die koördinate van F. (2)
 - 3.6 Bereken oppervlakte van vierhoek AOFB. (5)
 - 3.7 Skryf die lengte van die radius van die sirkel, wat deur F, B en C gaan, neer. (1)
 - 3.8 Skryf, vervolgens, die vergelyking van die sirkel, wat deur F, B en C gaan, neer indien $\left(\frac{47}{16}; 0\right)$ die koördinate van die middelpunt van FC is. (2)
- [22]

VRAAG 4

In die diagram hieronder, is $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 1 = 0$ die vergelyking van die sirkel met middelpunt M. AS is die middellyn van die sirkel. Die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by A is, $y = -\frac{1}{5}x + k$. Lyn SRCB is geteken.



- 4.1 Bepaal die koördinate van M. (3)

4.2 Skryf die lengte van die radius van die sirkel neer. (Laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm.) (1)

4.3 Bepaal die vergelyking van die middellyn AS. (3)

4.4 Bepaal die koördinate van A. (6)

4.5 Bereken, vervolgens of andersins, die waarde van k . (2)

4.6 As dit verder gegee word dat $O\hat{R}C = 11^0$, bewys dat $RCPQ$ 'n koordevierhoek is. (Rond jou antwoord af tot die naaste grade.) (4)

VRAAG 5

5.1 Gegee dat $2 \sin 27^\circ = t$, druk elk van die volgende in terme van t uit:

5.1.1 $\sin 54^\circ$ (4)

5.1.2 $\tan 513^\circ \cdot \cos 27^\circ$ (3)

5.1.3 $\cos 87^\circ$ (4)

5.2 Vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

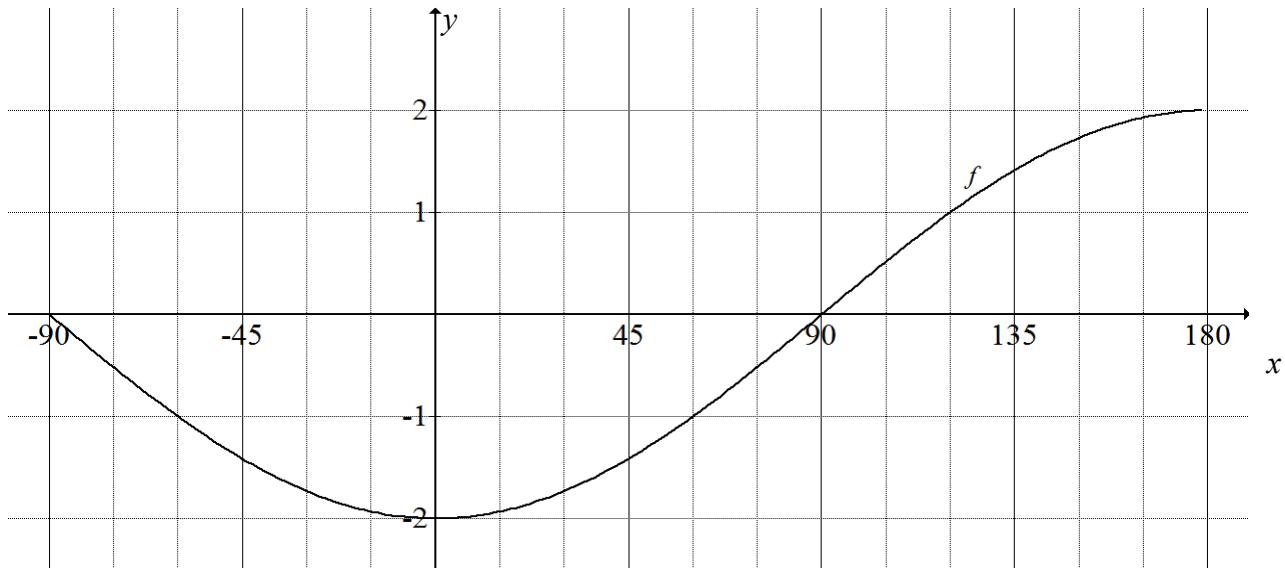
$$\frac{\sin(-2\alpha)\cos(90^\circ + \alpha)}{\sin(-\alpha + 360^\circ)\cos(-\alpha - 180^\circ)} \quad (6)$$

5.3 Bepaal die algemene oplossing van die vergelyking: $9 \sin^2 x - 4 \cos^2 x = 0$ (5)

[22]

VRAAG 6

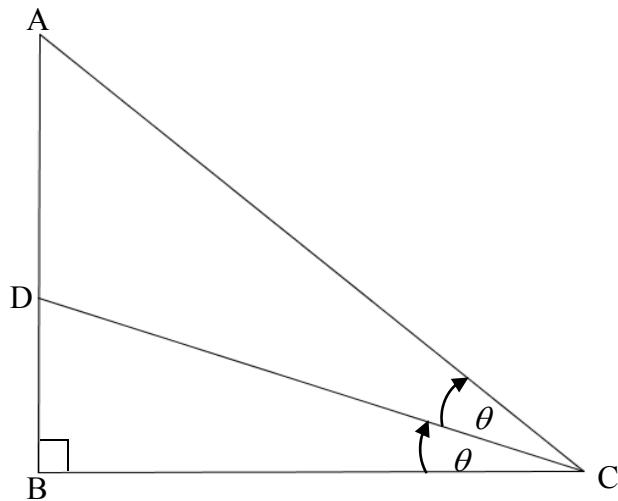
In die diagram hieronder, is die grafiek van $f(x) = -2 \cos x$, vir die interval $-90^\circ \leq x \leq 180^\circ$ geteken.



- 6.1 Skryf die amplitude van f neer. (1)
- 6.2 Skryf die terrein van $f(x) + 3$ neer. (2)
- 6.3 Teken, op dieselfde assestelsel, die grafiek van $g(x) = \sin(x + 30^\circ)$. (3)
- 6.4 Bepaal die waardes van x , in die interval $-90^\circ \leq x \leq 90^\circ$, waarvoor $x \cdot g(x) < 0$? (2)
- 6.5 Skryf die vergelyking van h , waar h gevorm word deur g 60° na links en twee eenhede afwaarts te skuif. (Laat jou antwoord in eenvoudigste vorm.) (3)
[11]

VRAAG 7

In die diagram hieronder, is ABC 'n reghoekige driehoek met $\hat{B} = 90^\circ$. Die reguitlyn CD halveer \hat{ACB} en sny AB by D . $\hat{DCB} = \theta$.

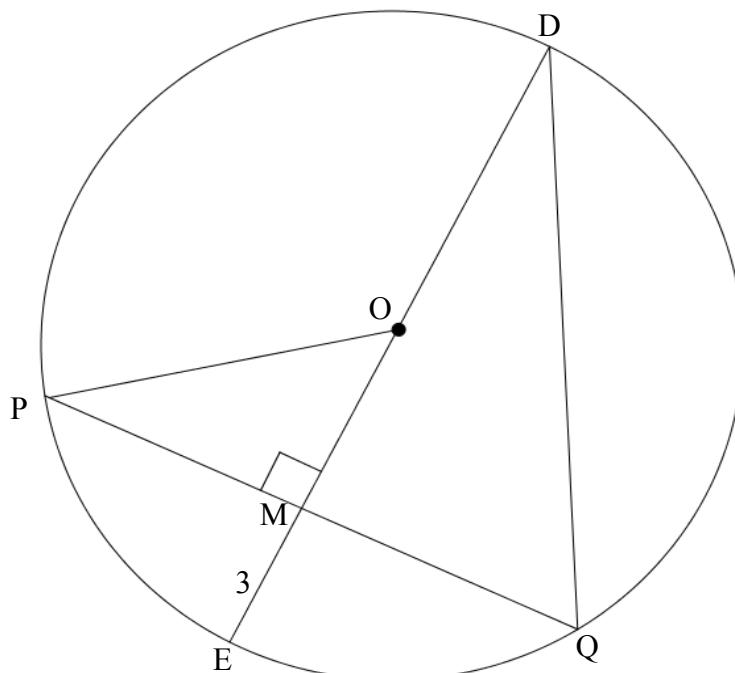


- 7.1 Skryf die grootte van \hat{A} in terme van θ neer. (1)
- 7.2 Skryf die verhouding van $\sin \theta$ neer. (1)
- 7.3 As dit verder gegee word dat $\frac{DB}{AD} = \frac{1}{2}$ toon, vervolgens of andersins, aan dat
 $2 \cos 2\theta - 1 = 0$ (5)
[7]

Gee redes vir jou bewerings in VRAE 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

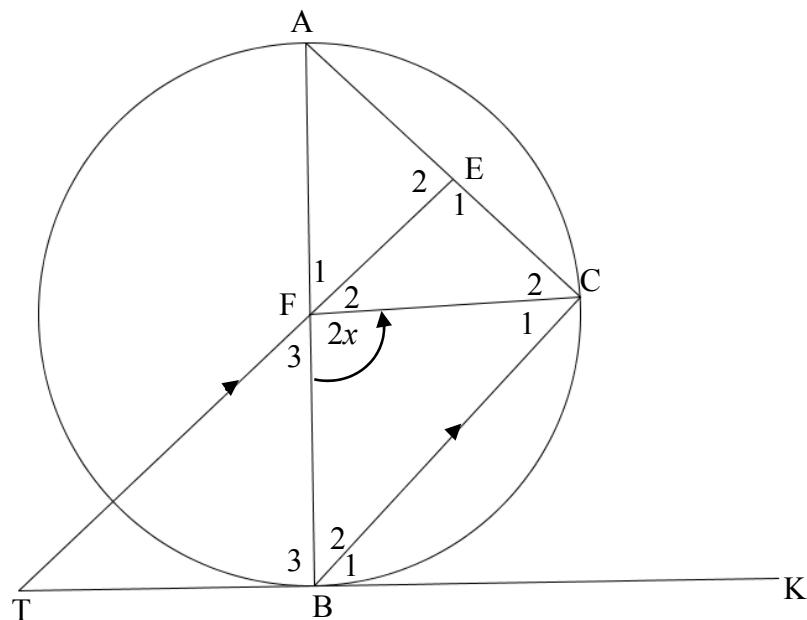
- 8.1 Voltooi:
 'n Lyn getrek vanaf die middelpunt van 'n sirkel na die middelpunt van 'n koord, is ... (1)
- 8.2 In die diagram hieronder getekken, is O die middelpunt van die sirkel. PQ is 'n koord en DE is die middellyn. $PQ = 12$ eenhede, $DM = 2x$ en $ME = 3$ eenhede.



- 8.2.1 Skryf die lengte van MO in terme van x neer. (1)
- 8.2.2 Bereken die waarde van x . (4)
- 8.2.3 Bereken, vervolgens, die lengte van DQ. (Laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm.) (3) [9]

VRAAG 9

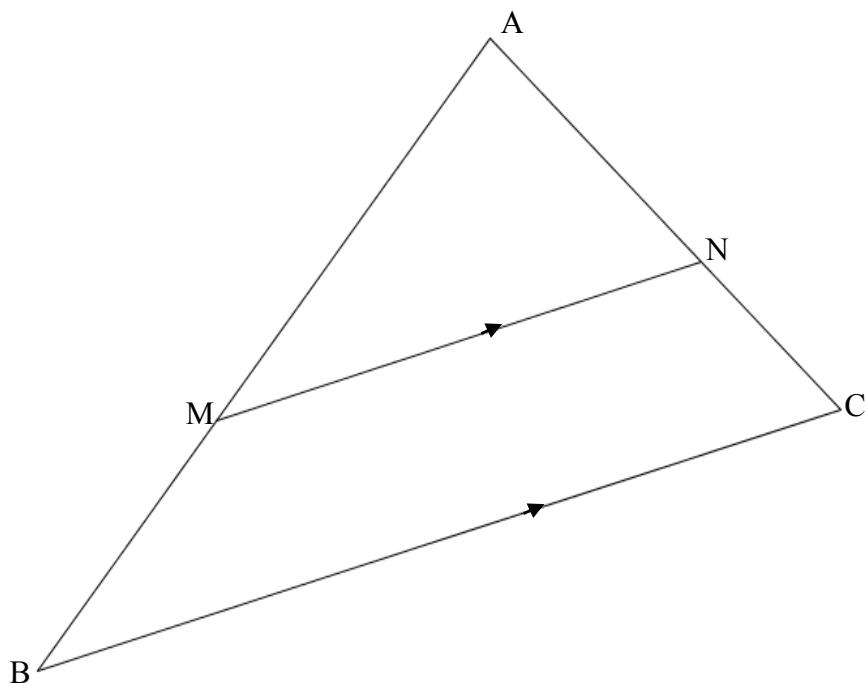
In die diagram hieronder, is F die middelpunt van die sirkel. TBK is 'n raaklyn aan die sirkel by B. E en F is punte op AC en AB onderskeidelik. EF is verleng na T. $BC \parallel TE$ en $\hat{BFC} = 2x$.



- 9.1 Noem, met redes, vier hoeke elk gelyk aan x . (8)
- 9.2 Bewys dat ATBE 'n koordevierhoek is. (2)
[10]

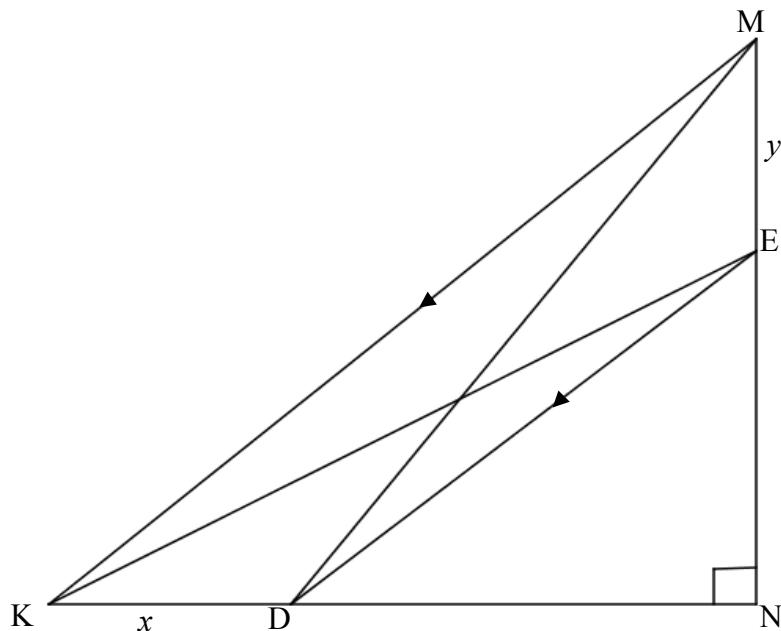
VRAAG 10

10.1 $\triangle ABC$ is geteken sodat MN ewewydig aan BC is.



Beweys dat: $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ (5)

- 10.2 In $\triangle MNK$; is $\hat{N} = 90^\circ$ en D is 'n punt op KN en E is 'n punt op MN sodat $DE \parallel KM$.
 $ND : DK = 2 : 1$, $ME = y$ en $KD = x$.

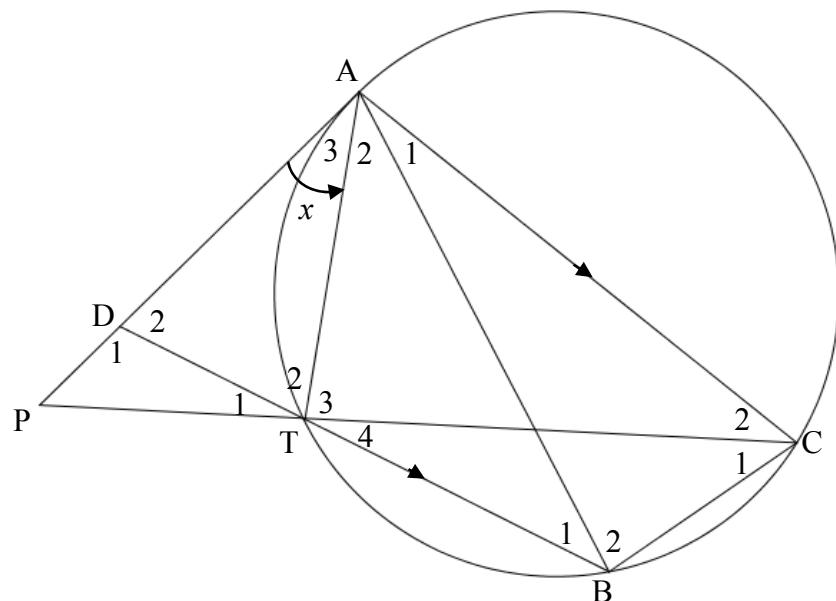


10.2.1 Bepaal die lengte van KM^2 in terme van x en y . (4)

10.2.2 Toon aan dat: $\frac{DM^2 + KE^2}{KM^2} = \frac{13}{9}$ (4)
[13]

VRAAG 11

In die diagram is PA 'n raaklyn aan sirkel ACBT by A. CT en AD is verleng en ontmoet by D. BT is verleng en sny PA by D. AC, CB, AB en AT is verbind. $AC \parallel BD$.



- 11.1 Bewys dat $\Delta ABC \parallel \Delta ADT$. (6)
- 11.2 Bewys dat PT 'n raaklyn aan die sirkel ADT by T is. (4)
- 11.3 Bewys dat $\Delta APT \parallel \Delta TPD$. (3)
- 11.4 As $AD = \frac{2}{3}AP$, toon aan dat $AP^2 = 3PT^2$. (4)
[17]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In ΔABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$area \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

