



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

SEPTEMBER 2010

WISKUNDE – TWEEDE VRAESTEL

PUNTE: 150

TYD: 3 uur



Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, formule blad en 2 diagram blaaie.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van die antwoorde gebruik het, duidelik aan.
3. 'n Goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.
5. TWEE diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 1.1, VRAAG 1.2 en VRAAG 10.1 word aan die einde van die vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennummer op hierdie blaaie in die ruimtes voorsien en plaas hierdie blaaie agter in jou ANTWOORDEBOEK.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. Nommer die antwoorde volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjies te werk.

VRAAG 1

Die tabel hiernaas toon die aantal doele afgestaan teenoor die aantal oortredings van 11 sokkerspanne in 'n plaaslike liga.

Span	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Aantal Doele Afgestaan	40	51	32	65	60	48	50	35	41	43	62
Aantal Oortredings	7	13	12	28	21	14	20	8	14	13	24

- 1.1 Gebruik die diagramblad en teken 'n spreidiagram vir die data. (4)
- 1.2 Teken die lyn van beste pas. (2)
- 1.3 Gebruik jou lyn van beste pas om die aantal oortredings te skat van Span L as hulle 48 doele afgestaan het. (2)

[8]**VRAAG 2**

Die toetsresultate van 39 Graad12 leerders word gegee as volg:

- die laagste punt is 27 en die reikwydte is 60
- die boonste kwartiel is 72
- die 10-de leerder se punt is 35 en die 20-ste se punt 50
- die toets is uit 100

- 2.1 Bepaal die hoogste punt wat behaal is deur die leerders. (2)
- 2.2 Skryf neer die 5 getalopsomming vir die data. (3)
- 2.3 Teken 'n mond-en-snordigram vir die data. (3)
- 2.4 Verwys na jou antwoord in VRAAG 2.3 en lewer kommentaar oor die skeefheid van die data (2)
- 2.5 Hoeveel leerders het meer as 72% gekry in die toets? (2)

[12]**VRAAG 3**

Die volgende data verteenwoordig die aantal doele deur 8 provinsiale sokkerspelers aangeteken:

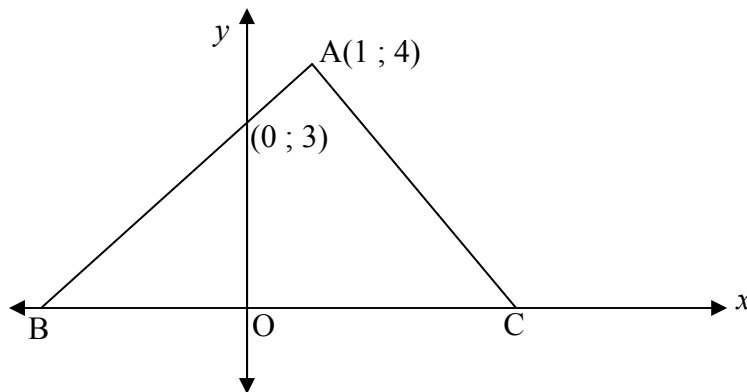
12 ; 14 ; 10 ; 9 ; 8 ; 9 ; 11 ; 15

- 3.1 Bereken die gemiddelde aantal doele wat die spelers aangeteken het. (2)
- 3.2 Bereken die standaardafwyking vir die data. (3)
- 3.3 Hoeveel van die spelers het doele aangeteken binne een standaardafwyking vanaf die gemiddelde? (2)

[7]

VRAAG 4

ABC is 'n driehoek met $A(1; 4)$ en B en C op die x-as. Die y-afsnit van AB is $(0; 3)$.
 $AB \perp AC$.



- 4.1 Bepaal die gradiënt van AB. (2)
- 4.2 Bepaal die vergelyking van AC. (4)
- 4.3 Bewys dat $\triangle ABC$ gelykbenig is. (3)
- 4.4 Toon aan dat die x-afsnit van AB -3 is. (2)
- 4.5 Skryf neer die koördinate van C. (2)
- 4.6 Bepaal die area van $\triangle ABC$. (4)

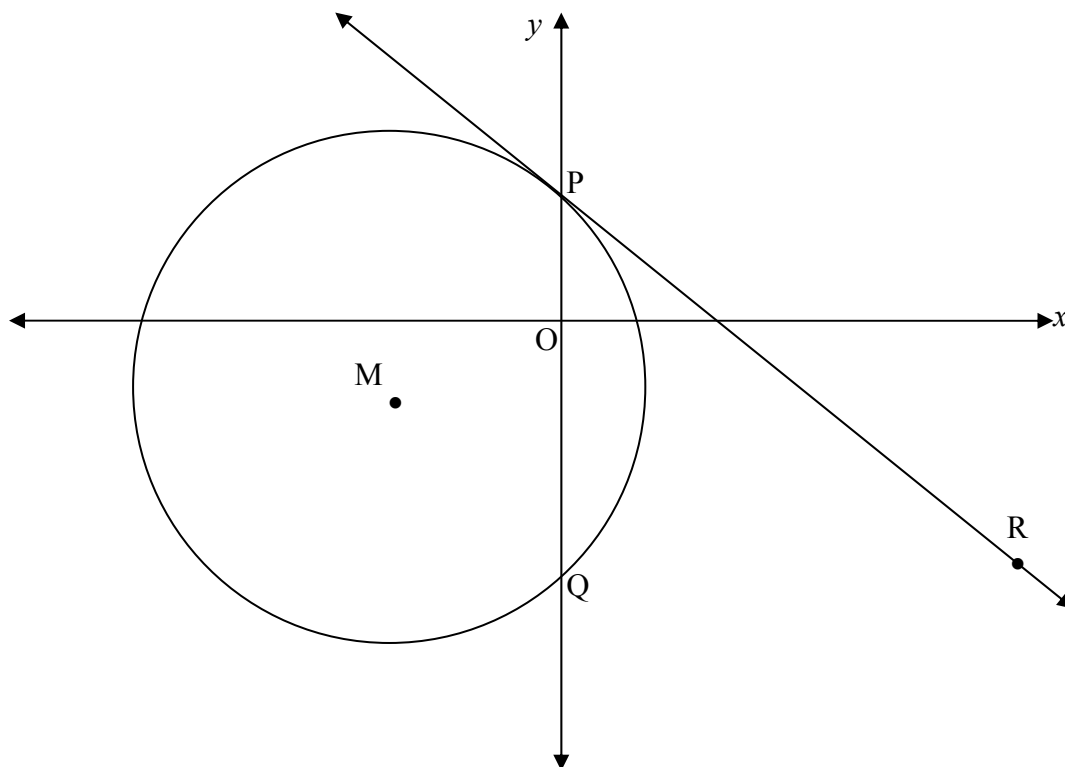
[17]

VRAAG 5

Die diagram hiernaas toon 'n sirkel met vergelyking

$$x^2 + 6x + y^2 + 4y - 12 = 0.$$

Die sirkel gaan deur die y -as by P en Q. PR is 'n raaklyn aan die sirkel by P. M is die middelpunt van die sirkel.



5.1 Bereken:

5.1.1 Die koördinate van M (4)

5.1.2 Die koördinate van P (4)

5.1.3 Die vergelyking van die raaklyn by P (3)

5.1.4 Die grootte van $\angle RPO$. (4)

5.2 Bepaal die koördinate van R as $MR = \sqrt{125}$ (8)

[23]

VRAAG 6

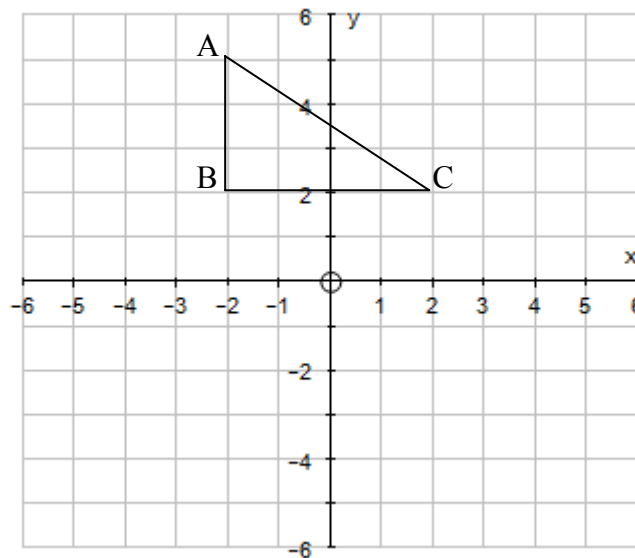
6.1 Die punt $P(4 ; -2)$ word gegee.

6.1.1 Skryf neer die koördinate van P' wat die beeld is van P onder die transformasie: $(x ; y) \rightarrow (x - 2 ; -y)$ (2)

6.1.2 Beskrywe die transformasie wat P sal afbeeld op die punt $(-4 ; 2)$. (2)

6.1.3 Skryf neer die reël vir die transformasie in VRAAG 6.1.2 (2)

6.2 Driehoek ABC met hoekpunte $A(-2 ; 5)$, $B(-2 ; 2)$ en $C(2 ; 2)$ word gegee.



6.2.1 Skryf neer die koördinate van $\Delta A'B'C'$ wat die beeld is van ΔABC na 'n refleksie in die lyn $y = -x$. (3)

6.2.2 Wat is die verhouding van die omtrek van ΔABC met betrekking tot die omtrek van $\Delta A''B''C''$ na 'n vergroting met 'n skaalfaktor van 3. (3)

6.2.3 As die area van ΔABC x^2 vierkante eenhede is, skryf neer die area van $\Delta A''B''C''$ in terme van x . (2)

[14]

VRAAG 7

Die punt $T(-3 ; 5)$ word om die oorsprong deur 90° in 'n kloksgewyse rigting na $T'(x + 2 ; y - 2)$ geroteer.

7.1 Bepaal die numeriese waardes van x en y . (4)

7.2 Gebruik die waardes van x en y om die koördinate van T'' te bepaal wat die beeld is van T' na 'n rotasie van 120° anti-kloksgewys om die oorsprong. Laat jou antwoord in wortelvorm. (6)
[10]

VRAAG 8

(Geen sakrekenaar mag in hierdie vraag gebruik word nie.)

8.1 In $\triangle ABC$ is $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$.

Bepaal die waarde van $\sin A \cos B + \cos A \sin B$. (3)

8.2 Gebruik saamgestelde hoeke en toon aan dat $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ (2)

8.3 Gebruik jou antwoord in VRAAG 8.2 om te bewys dat

$$\cos 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} \quad (4)$$

8.4 Bepaal die algemene oplossing vir:

$$\tan^2 \alpha = \cos 2\alpha + 2\sin^2 \alpha \quad (6)$$

[15]

VRAAG 9

9.1 Vereenvoudig die volgende:

$$\frac{\cos(x - 540^\circ) \cdot \tan(x + 180^\circ)}{\cos(90^\circ - x)} \quad (5)$$

9.2 Die volgende identiteit word gegee:

$$\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \tan x$$

9.2.1 Bewys die identiteit. (4)

9.2.2 Gebruik die identiteit om $\tan 15^\circ$ te bereken. Laat jou antwoord in eenvoudige wortelvorm.
(**Geen sakrekenaar mag gebruik word nie.**) (4)

9.3 Bepaal die waarde van:

$$(\sin 75^\circ + \cos 75^\circ)^2 \text{ sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.} \quad (5)$$

[18]

VRAAG 10

Gegee: $f(x) = \sin(45^\circ - x)$ en $g(x) = \tan x$

10.1 Teken sketsgrafieke van f en g op dieselfde assestelsel vir $x \in [-135^\circ; 180^\circ]$. Gebruik die diagramblad soos voorsien. (5)

10.2 Gebruik jou grafieke om die volgende vrae te beantwoord:

10.2.1 Vir watter waarde van x is $\sin(45^\circ - x) = \tan x$, $x > 0$? (1)

10.2.2 Skryf neer 'n interval vir x sodat $\sin(45^\circ - x) \cdot \tan x > 0$ (2)

10.3 Skryf neer die nuwe vergelyking van f na 'n horisontale skuif van 45° na links en 'n vertikale skuif van 2 eenhede. (2)

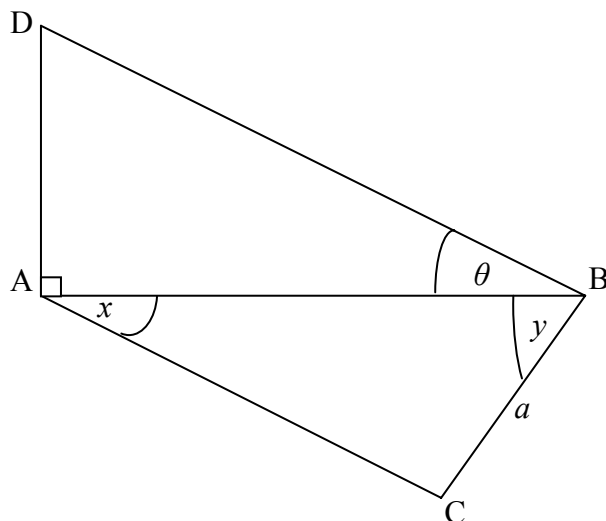
10.4 Skryf neer die periode van die grafiek in VRAAG 10.3 (1)

[11]

VRAAG 11

A, B en C is drie punte in die horisontale vlak en $AC = 2BC$.

$\hat{CAB} = x$, $\hat{ABC} = y$ en $BC = a$. DA is 'n vertikale toring op die vlak ABC en die hoogtehoek van D vanaf B is θ .



11.1 Toon aan dat $\sin y = 2\sin x$. (2)

11.2 Bewys dat $DA = a \tan \theta \sqrt{5 + 4\cos(x + y)}$ (8)

11.3 Bereken vervolgens die hoogte van die toring, afgerond tot twee desimale syfers as $a = 27,3$ meter, $x = 29^\circ$ en $\theta = 36,4^\circ$. (5)

[15]

TOTAAL: 150

INFORMATION SHEET/INLIGTINGSBLAD: MATHEMATICS/WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad A = P(1 + ni) \quad A = P(1 - ni) \quad A = P(1 - i)^n \quad A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n \quad \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad \sum_{i=1}^n (a + (i-1)d) = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\sum_{i=1}^n ar^{i-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1 \quad \sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1 - r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i} \quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta \quad (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In $\triangle ABC$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases} \quad \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta + y \sin \theta; y \cos \theta - x \sin \theta) \quad (x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

SENTRUMNOMMER:

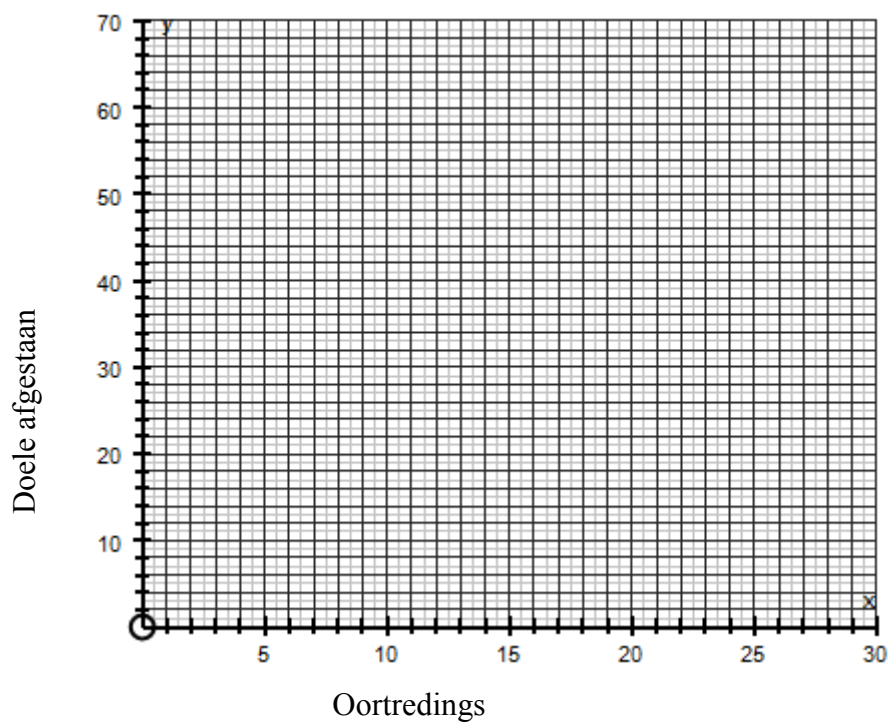
--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMBLAD 1

VRAAG 1.1 & 1.2



SENTRUMNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMBLAD 2

VRAAG 10.1

