basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

FEBRUARIE/MAART 2013

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 1 diagramvel en 1 inligtingsblad.

* M A T H A 1 *

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

7. EEN diagramvel vir die beantwoording van VRAAG 12.1 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsy in die ruimtes voorsien en plaas die bladsy agterin jou ANTWOORDEBOEK.

8. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $(x^2 - 9)(2x + 1) = 0$ (3)

1.1.2 $x^2 + x - 13 = 0$ (Laat jou antwoord korrek tot TWEE desimale plekke.) (4)

1.1.3 $2.3^x = 81 - 3^x$ (4)

1.1.4 $(x + 1)(4 - x) > 0$ (3)

1.2 Gegee: $2^x + 2^{x+2} = -5y + 20$

1.2.1 Druk 2^x in terme van y uit. (2)

1.2.2 Hoeveel oplossings vir x sal die vergelyking hê indien $y = -4$? (2)

1.2.3 Los op vir x indien y die grootste moontlike heelgetalwaarde is waarvoor $2^x + 2^{x+2} = -5y + 20$ oplossings sal hê. (3)

[21]

VRAAG 2

2.1 Gegee die meetkundige reeks: $256 + p + 64 - 32 + \ldots$

2.1.1 Bepaal die waarde van p. (3)

2.1.2 Bereken die som van die eerste 8 terme van die reeks. (3)

2.1.3 Waarom bestaan die som tot oneindig vir hierdie reeks? (1)

2.1.4 Bereken S_∞ (3)

2.2 Beskou die rekenkundige ry: $-8 ; -2 ; 4 ; 10 ; ...$

2.2.1 Skryf die volgende term van die ry neer. (1)

2.2.2 Indien die n^{de} term van die ry 148 is, bepaal die waarde van n. (3)

2.2.3 Bereken die kleinste waarde van n waarvoor die som van die eerste n terme van die ry groter as 10 140 sal wees. (5)

2.3 Bereken $\sum_{k=1}^{30}(3k+5)$ (3)

[22]

VRAAG 3

Beskou die ry: $3 ; 9 ; 27 ; ...$

Jakob sê dat die vierde term van die ry 81 is.
Vusi verskil van hom en sê dat die vierde term van die ry 57 is.

3.1 Verduidelik waarom beide Jakob en Vusi korrek kan wees. (2)

3.2 Jakob en Vusi gaan voort met hul getalpatrone.

Bepaal 'n formule vir die n^{de} term van:

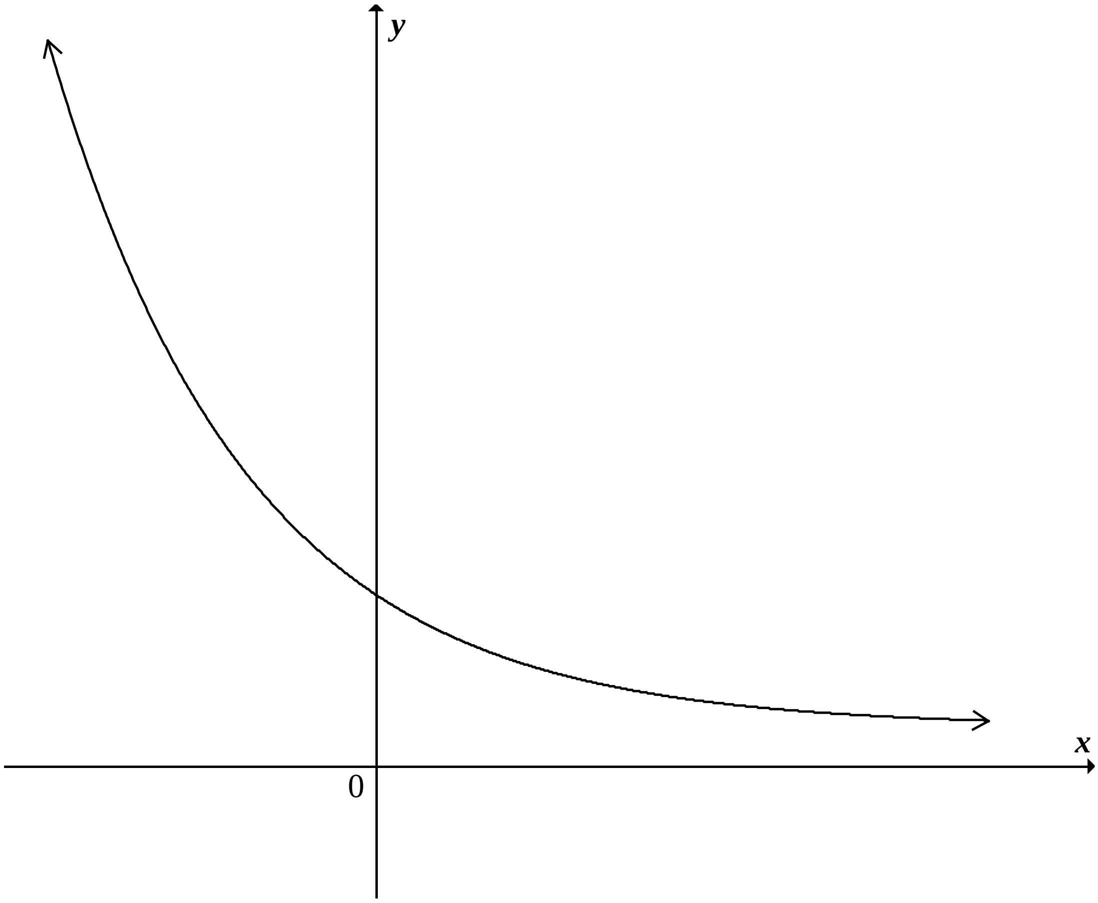
3.2.1 Jakob se ry (1)

3.2.2 Vusi se ry (4)

[7]

VRAAG 4

Die grafiek van $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ is hieronder geskets.



4.1 Skryf die definisieversameling van f neer. (1)

4.2 Skryf die vergelyking van die asimptoot van f neer. (1)

4.3 Skryf die vergelyking van f^{-1} in die vorm $y = ...$ neer. (2)

4.4 Skets die grafiek van f^{-1} in jou ANTWOORDEBOEK. Dui die x-afsnit en EEN ander punt aan. (3)

4.5 Skryf die vergelyking van die asimptoot van $f^{-1}(x+2)$ neer. (2)

4.6 Bewys dat: $[f(x)]^2-[f(-x)]^2 = f(2x)-f(-2x)$ vir alle waardes van x. (3)

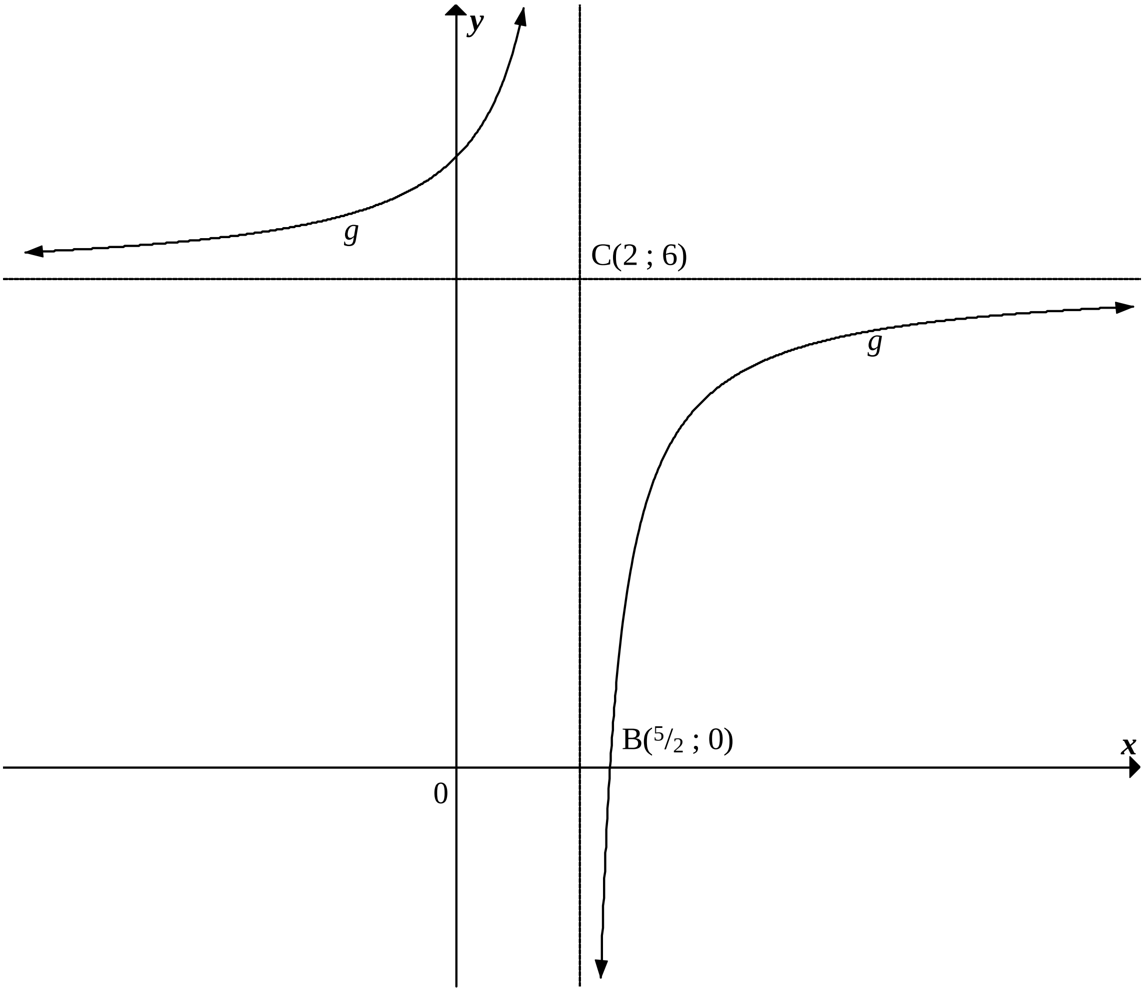
[12]

VRAAG 5

Hieronder is die grafiek van $g(x) = \dfrac{a}{x-p} + q$ geskets.

C(2 ; 6) is die snypunt van die asimptote van g.

B$\left(\dfrac{5}{2}\ ;\ 0\right)$ is die x-afsnit van g.

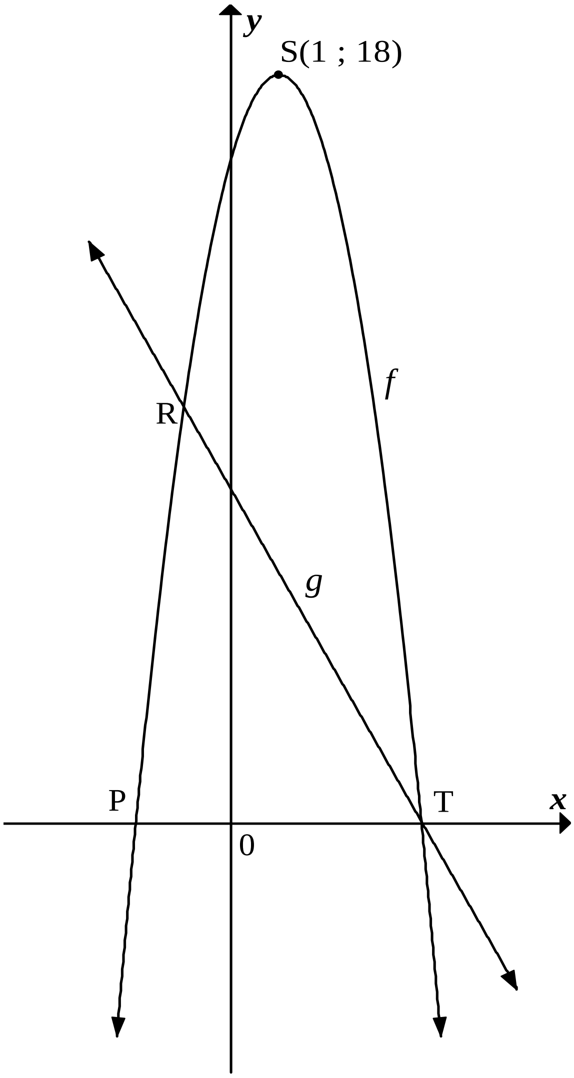


5.1 Bepaal die vergelyking vir g in die vorm $g(x) = \dfrac{a}{x-p} + q$ (4)

5.2 F is die refleksie van B om C. Bepaal die koördinate van F. (2)
[6]

VRAAG 6

S(1 ; 18) is die draaipunt van die grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$. P en T is die x-afsnitte van f.
Die grafiek van $g(x) = -2x + 8$ het 'n x-afsnit by T. R is 'n snypunt van f en g.



6.1 Bereken die koördinate van T. (2)

6.2 Bepaal die vergelyking vir f in die vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$. Toon AL jou berekeninge. (4)

6.3 Indien $f(x) = -2x^2 + 4x + 16$, bereken die koördinate van R. (4)

6.4 Gebruik jou grafiek om vir x op te los waar:

6.4.1 $f(x) \geq g(x)$ (2)

6.4.2 $-2x^2 + 4x - 2 < 0$ (4)

[16]

VRAAG 7

7.1 Raeesa belê R4 miljoen in 'n rekening wat rente van 6% per jaar, jaarliks saamgestel, verdien. Hoeveel sal haar belegging aan die einde van 3 jaar werd wees? (3)

7.2 Joanne belê R4 miljoen in 'n rekening wat rente van 6% per jaar, maandeliks saamgestel, verdien.

7.2.1 Sy onttrek maandeliks R30 000 vir haar gebruik. Die eerste onttrekking is presies een maand nadat sy die R4 miljoen belê het. Hoeveel sulke onttrekkings sal Joanne kan maak? (6)

7.2.2 Indien Joanne R20 000 per maand onttrek, hoeveel onttrekkings sal sy kan maak? (3)

[12]

VRAAG 8

Jeffrey belê R700 per maand in 'n rekening wat rente verdien teen 8% per jaar, maandeliks saamgestel. Sy vriend belê ook R700 per maand en verdien *r*% rente per jaar wat halfjaarliks (dit is elke ses maande) saamgestel word. Die waarde van Jeffrey en sy vriend se beleggings is dieselfde aan die einde van 12 maande. Bereken *r*. **[3]**

VRAAG 9

9.1 Gebruik die definisie van die afgeleide (eerste beginsels) om $f'(x)$ te bepaal, indien $f(x) = 2x^3$ (5)

9.2 Bepaal $\frac{dy}{dx}$ indien $y = \frac{2\sqrt{x}+1}{x^2}$ (4)

9.3 Bereken die waardes van a en b indien $f(x) = ax^2 + bx + 5$ 'n raaklyn by $x = -1$ het wat gedefinieer word deur die vergelyking $y = -7x + 3$ (6)

[15]

VRAAG 10

Gegee: $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 10$

10.1 Skryf die koördinate van die *y*-afsnit van f neer. (1)

10.2 Dui aan dat (2 ; 0) die enigste *x*-afsnit van f is. (4)

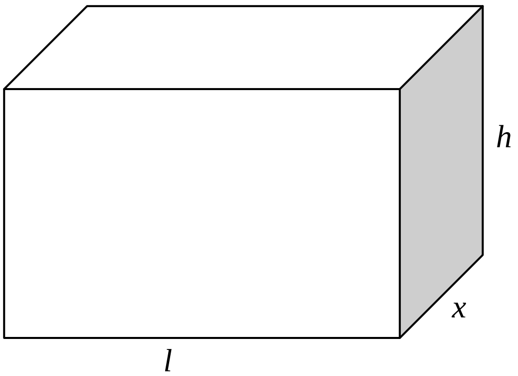
10.3 Bereken die koördinate van die draaipunte van f. (6)

10.4 Skets die grafiek van f in jou ANTWOORDEBOEK. Dui alle afsnitte met die asse sowel as alle draaipunte aan. (3)

[14]

VRAAG 11

'n Reghoekige houer word op so 'n manier vervaardig dat die lengte (*l*) van die basis drie keer langer as die breedte is. Die materiaal wat gebruik word om die bokant en die basis van die houer te vervaardig, kos R100 per vierkante meter. Die materiaal wat gebruik word om die kante te vervaardig, kos R50 per vierkante meter. Die houer moet 'n volume van 9 m^3 hê. Laat die breedte van die houer *x* meter wees.



11.1 Bepaal 'n uitdrukking vir die hoogte (*h*) van die houer in terme van x. (3)

11.2 Dui aan dat die koste om die houer te vervaardig as $C = \frac{1200}{x} + 600x^2$ uitgedruk kan word. (3)

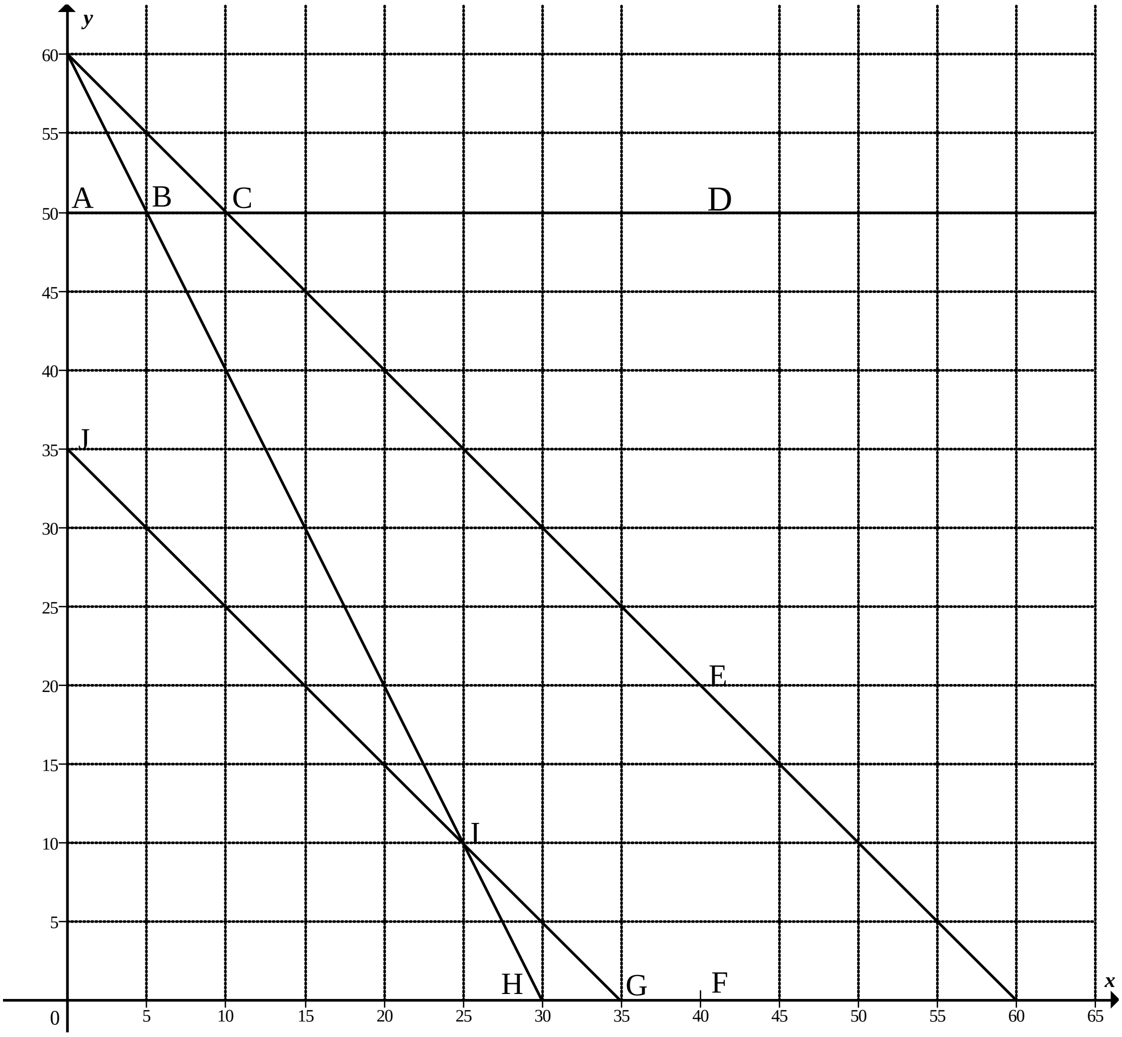
11.3 Bereken die breedte van die houer (dit is die waarde van *x*) indien die koste 'n minimum moet wees. (4)

[10]

VRAAG 12

'n Stelsel van beperkinge word hieronder gegee. Die beperkingslyne word grafies in die skets hieronder voorgestel. Die diagram word op DIAGRAMVEL 1 herhaal. Die beperkinge is:

$$0 \leq y \leq 50$$
$$0 \leq x \leq 40$$
$$2x + y \leq 60$$
$$35 \leq x + y \leq 60$$



12.1 Arseer die gangbare gebied op DIAGRAMVEL 1. (2)

12.2 Dui aan watter beperkinge geen invloed op die gangbare gebied het nie. (3)

12.3 Wat is die maksimum waarde van x wat deur die gegewe beperkinge toegelaat is? (1)

12.4 Indien $P = 4x + y$ vir $(x\ ;\ y)$ in die gangbare gebied, bepaal die maksimum waarde van P. (4)

12.5 Indien die doelfunksie $C = kx + y$ slegs by J 'n minimum bereik, bepaal ALLE moontlike waardes van k. (2)

[12]

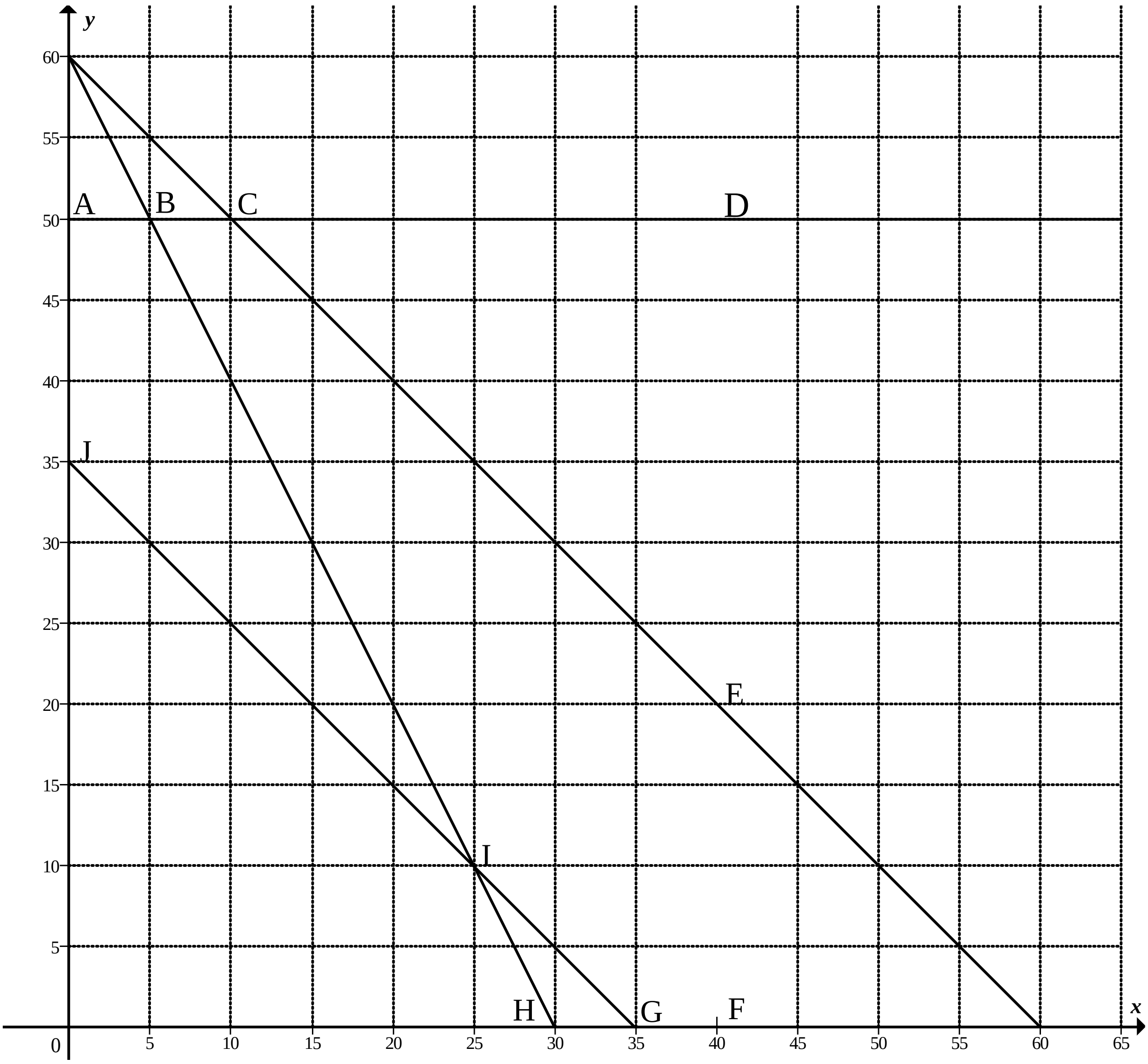
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 12.1



0

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$\textit{area}\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$$(x ; y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta ; y\cos\theta + x\sin\theta)$$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \textit{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \textit{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$