



Province of the  
**EASTERN CAPE**  
EDUCATION

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**JUNIE 2019**

**TEGNIESE WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

---

Hierdie vraestel bestaan uit 17 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad wat uit 2 bladsye bestaan.

---

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy ander vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

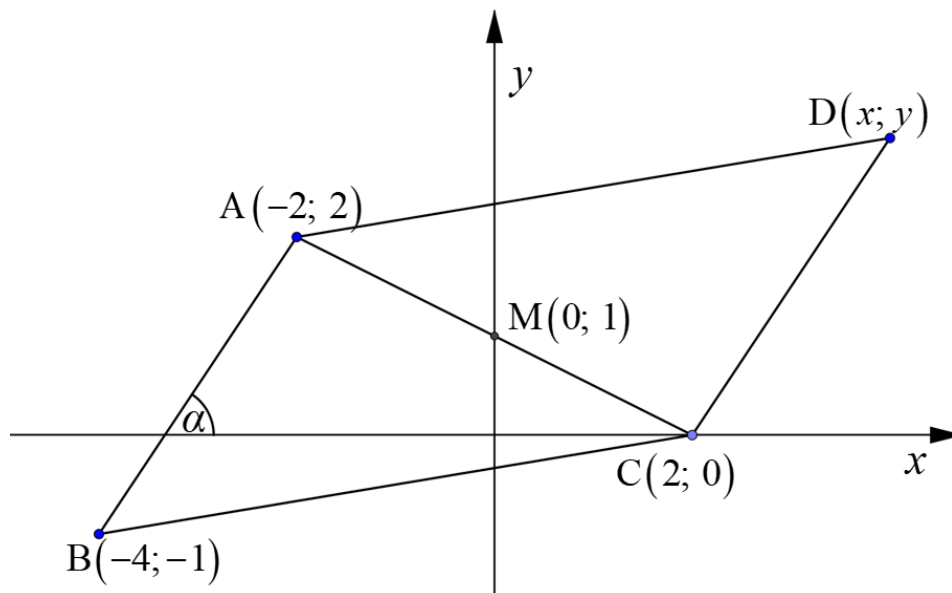
**VRAAG 1**

Die diagram hieronder is 'n parallelogram met hoekpunte

$A(-2; 2)$ ;  $B(-4; -1)$ ;  $C(2; 0)$  en  $D(x; y)$

$\alpha$  is die hoek wat AB vorm met die  $x$ -as.

$M(0; 1)$  is die middelpunt van AC.



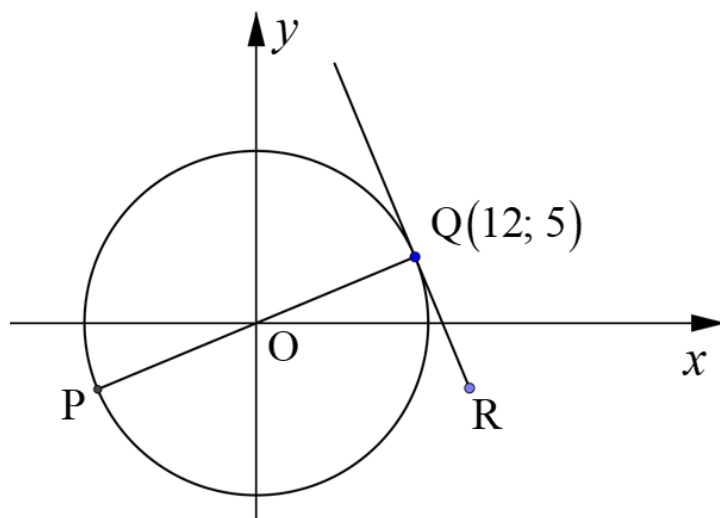
Bepaal:

- 1.1 Die lengte van AB (2)
- 1.2 Die gradiënt van AB (2)
- 1.3 Die vergelyking van die lyn DC in die vorm  $y = mx + c$  (3)
- 1.4 Die grootte van  $\alpha$  (rond af tot TWEE desimale plekke) (2)
- 1.5 Die  $y$ -koördinaat van D (2)

[11]

**VRAAG 2**

- 2.1 In die onderstaande figuur is O die middelpunt van die sirkel. P en Q(12; 5) is twee punte op die omtrek van die sirkel. POQ is 'n reguit lyn. Die punt R lê op die raaklyn aan die sirkel by Q.



Bepaal die vergelyking van:

- 2.1.1 Die sirkel (2)
- 2.1.2 Die raaklyn RQ in die vorm  $y = mx + c$  (4)
- 2.2 Die vergelyking van 'n ellips, met middelpunt by die oorsprong word gegee deur  $9x^2 + 16y^2 = 144$ :
- 2.2.1 Skryf die vergelyking van die ellips in standaardvorm neer (2)
- 2.2.2 Bepaal die lengte van die groter-as en die kleiner-as onderskeidelik (2)
- 2.2.3 Teken 'n netjiese sketsgrafiek van die ellips op die voorsiene rooster. Toon ALLE afnitte met die asses en dui die groter-en-kleiner asse aan. (3)

**[13]**

**VRAAG 3**

3.1 Gebruik 'n sakrekenaar en bepaal die waarde van (rond af tot 3 desimale plekke):

$$\frac{\cos ec^2 100^\circ}{-\sec 80^\circ} \quad (2)$$

3.2 Vereenvoudig tot 'n enkele trigonometriese funksie:

$$3.2.1 \quad \tan(180^\circ - \theta) \cdot \cos^2(180^\circ + \theta) + \cos(180^\circ - \theta) \cdot \sin \theta \cdot \sec \frac{\pi}{3} \quad (7)$$

$$3.2.2 \quad \frac{1 - \sin^2 x \cdot \cot^2 x}{2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} \quad (4)$$

3.3 Bewys die identiteit:

$$\frac{2}{\sec \theta \sec(360^\circ - \theta) - \tan 45^\circ} = 2 \cot^2 \theta \quad (4)$$

**[17]**

**VRAAG 4**

- 4.1 As  $6\sin\theta + 4 = 1$  en  $\cos\theta > 0$ , teken 'n diagram op die Kartesiese-vlak, toon die posisie van  $\theta$  aan en sonder die gebruik van 'n sakrekenaar evalueer:

4.1.1  $\tan\theta$  (4)

4.1.2  $\sin\theta + \sec\theta$  (3)

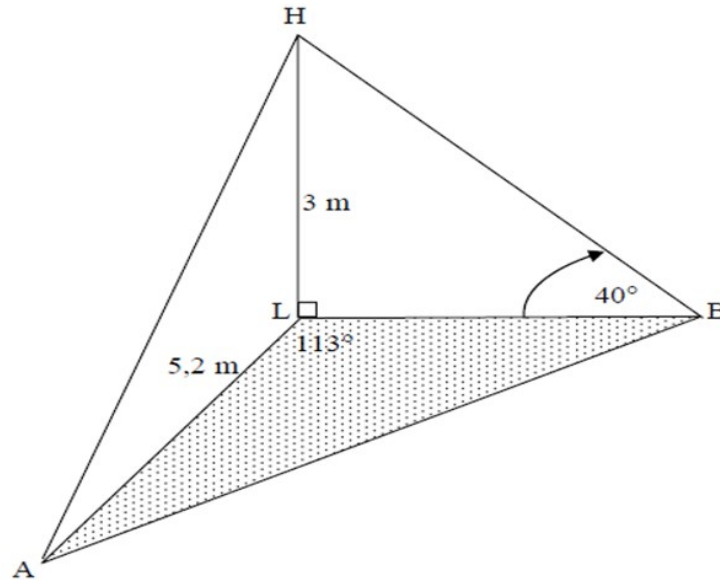
- 4.2 Los op vir  $\theta \in [0^\circ; 360^\circ]$ , sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, as:

$2\sin\theta - \cos\theta = 0$  (5)  
[12]

**VRAAG 5**

In die diagram hieronder is A, B en L punte op dieselfde horisontale vlak.

- HL is 'n vertikale paal van 3 meter hoog.
- $AL = 5,2$  m.
- $\angle ALB = 113^\circ$  en die hoogtehoek na H vanaf B is  $40^\circ$ .



- 5.1 Bepaal die grootte van  $\widehat{BHL}$ . (1)
  - 5.2 Bereken die lengte van LB. (2)
  - 5.3 Vervolgens of andersins, bepaal die lengte van AB. (3)
  - 5.4 Bereken die oppervlakte van  $\triangle ALB$ . (3)
- [9]

**VRAAG 6**

Gegee  $f(x) = 2 \cos x$  en  $g(x) = \sin(x - 30^\circ)$  vir  $x \in [0^\circ; 360^\circ]$

6.1 Teken die grafieke van  $f$  en  $g$  op dieselfde assestelsel. Toon duidelik die afsnitte met die asses asook die draaipunte van die grafieke aan. (6)

6.2 Skryf neer die amplitude van  $f$ . (1)

6.3 Bepaal die periode van  $g(x)$ . (1)

6.4 Watter waarde(s) van  $x$  is  $g(x) \leq 0$ ? (4)

**[12]**



Gee redes vir ALLE bewerings in VRAAG 7, 8 EN 9.

### VRAAG 7

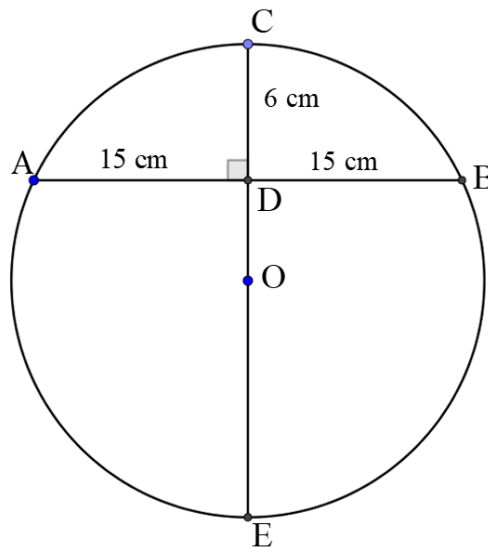
7.1 Voltooi die volgende stelling deur die ontbrekende woord(e) in elke geval neer te skryf:

7.1.1 'n Lyn getrek vanaf die middelpunt van 'n sirkel na die middelpunt van 'n koord is ... op die koord. (1)

7.1.2 Hoeke teenoor gelyke sye in 'n gelykbenige driehoek is ... (1)

7.1.3 Teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek is ... (1)

7.2 In die gegewe diagram is O die middelpunt van die sirkel. Punte A, C, B en E is op die sirkel. Middellyn COE en koord AB sny reghoekig by D.  $AD = DB = 15$  cm en  $CD = 6$  cm.

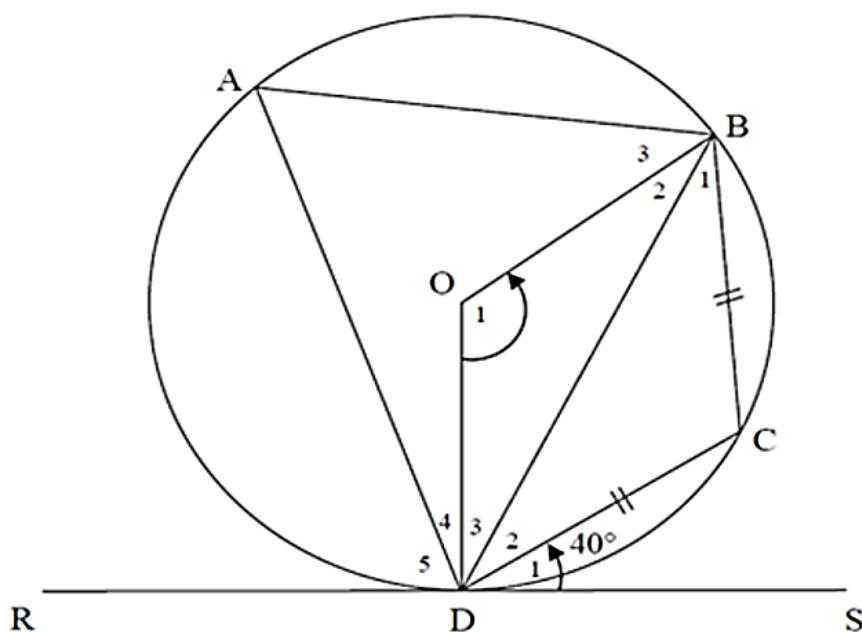


7.2.1 Bereken die lengte van DO. (4)

7.2.2 Bereken die grootte van  $\hat{AOB}$ . (3)

- 7.3 Die figuur hieronder modelleer die wiel van 'n sportmotor met O die sentrale punt waardeur die as van die motor gaan. Die wiel raak die reguit geteerde pad slegs by punt D.

$$BC = DC \text{ en } \widehat{CDS} = 40^\circ$$

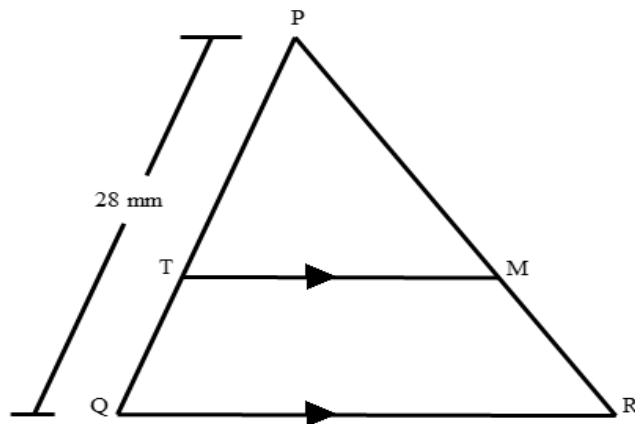


- 7.3.1 Watter meetkundige naam word RS benoem? Verduidelik jou antwoord. (2)
- 7.3.2 Bepaal die grootte van  $\widehat{CDB}$ . (3)
- 7.3.3 Bepaal die grootte van  $\hat{B}_2$ . (3)
- 7.3.4 Bepaal die grootte van  $\hat{A}$ . (3)

[21]

**VRAAG 8**

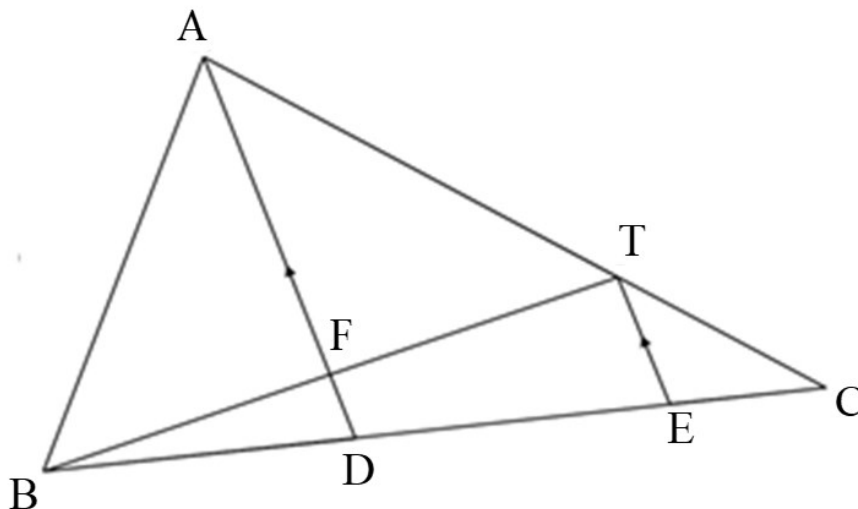
- 8.1 In die figuur hieronder,  $TM \parallel QR$  van  $\triangle PQR$ ,  $PQ = 28 \text{ mm}$  en  $PM : MR = 4 : 3$



Bepaal die lengte van TQ.

(4)

- 8.2 Hieronder is die meetkundige model van 'n gedeelte van 'n dakkap. In die model, is D en E op BC van  $\triangle ABC$ .  $BD = 6 \text{ cm}$  en  $DC = 9 \text{ cm}$ .  $AT : TC = 2 : 1$  en  $AD \parallel TE$ .

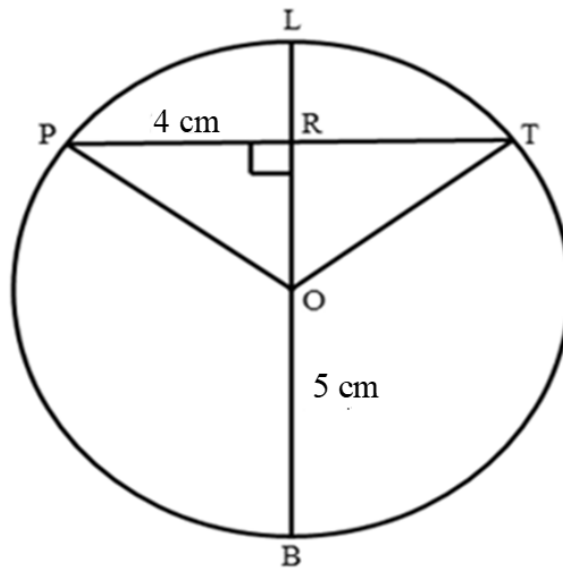


- 8.2.1 Skryf neer die numeriese waarde van  $\frac{CE}{ED}$ . (2)
- 8.2.2 Toon aan dat D die middelpunt van BE is. (4)
- 8.2.3 As  $FD = 2 \text{ cm}$ , bereken die lengte van TE. (4)
- 8.2.4 Bereken die numeriese waarde van  $\frac{\text{Oppervlakte van } \triangle ADC}{\text{Oppervlakte van } \triangle ABD}$  (3)

[17]

**VRAAG 9**

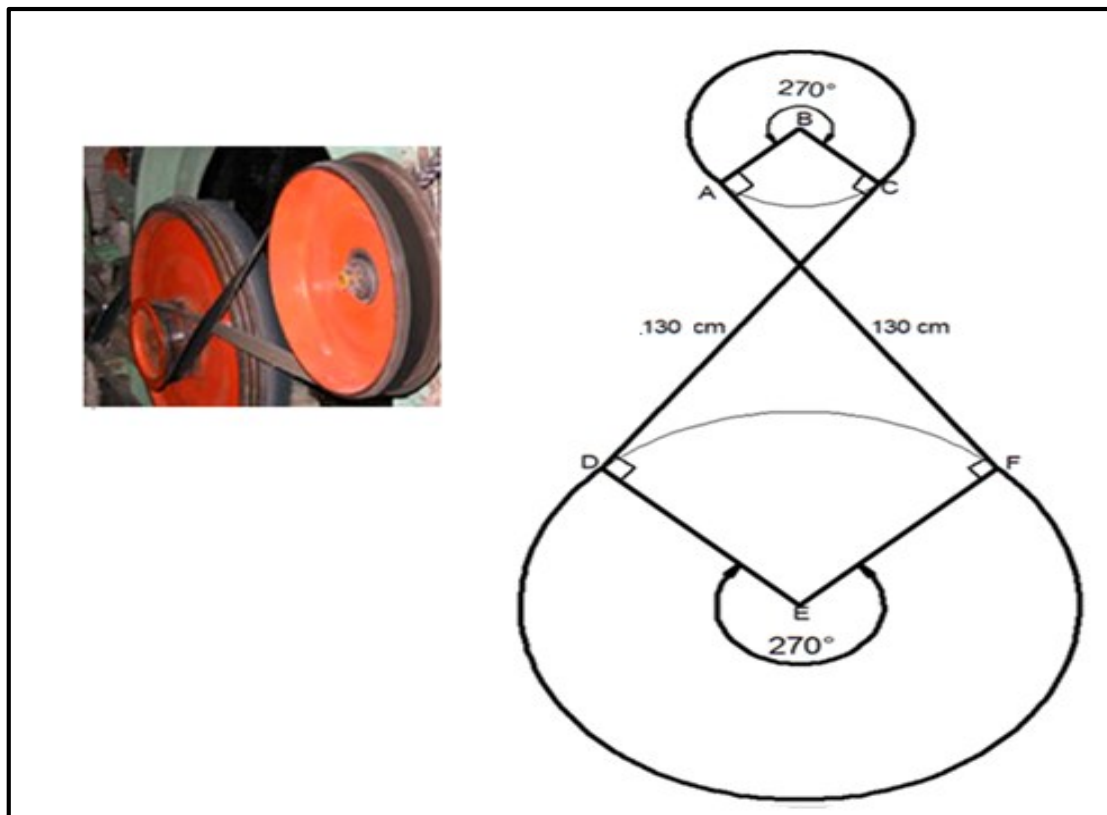
- 9.1 In die figuur hieronder, word 'n sirkel met middelpunt O en  $OR \perp PT$  gegee.  
Radius  $OB = 5$  cm en  $PR = 4$  cm.



Bereken die hoogtes van die segmente van die sirkel.

(5)

- 9.2 'n Meganiese tegnikus moet 'n kruisband op 'n draaibank vervang soos in die prentjie hieronder aangetoon. Die twee katrolle het radiusse van 35 en 85 onderskeidelik. Die lengte van die dryfband A tot F en C tot D, wat kontakpunte is, is 130 cm.



- 9.2.1 Bereken die lengte van die groter boog DF, tot die naaste heelgetal. (4)
- 9.2.2 As die lengte van die groter boog AC 165 cm is, bepaal die totale lengte van die dryfband wat vervang moet word. (2)
- 9.3 'n Katrol roteer teen  $420 \text{ r/min}$ .

Bereken:

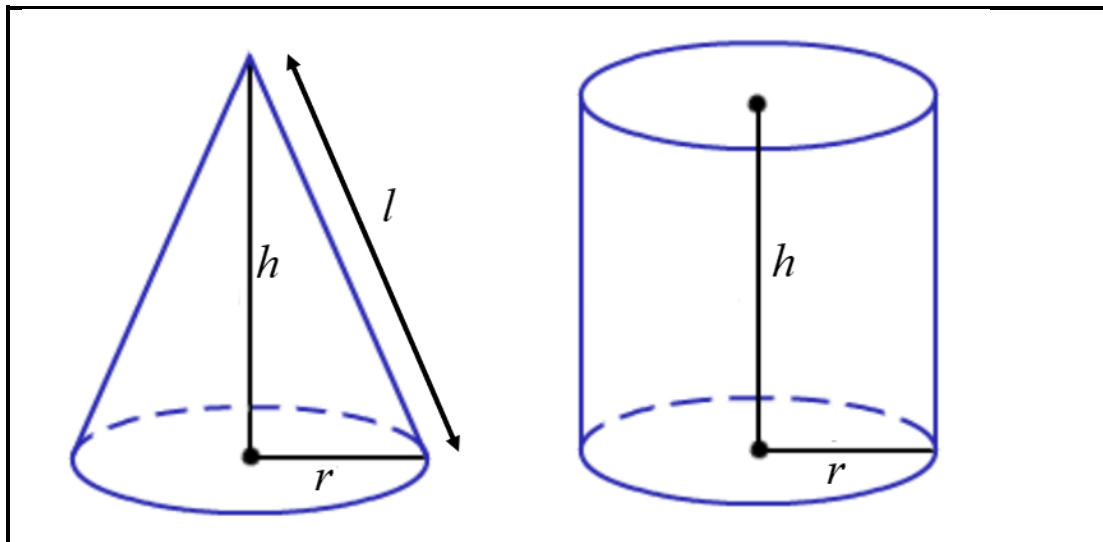
- 9.3.1 Die hoeksnelheid van die katrol in radiale per sekonde (4)
- 9.3.2 Die omtreksnelheid van die katrol in meters per sekonde, as die deursnee van die katrol 240 mm is (5)

[20]

**VRAAG 10**

10.1 Beskou die volgende silinder en keël. Beide voorwerpe het dieselfde radius,  $r$  cm en hoogte,  $h$  cm.

$$V = \pi r^2 h; V = \frac{1}{3} \pi r^2 h; A = 2\pi r^2 + 2\pi r h; A = \pi r^2 + \pi r l$$



10.1.1 Druk die skuinshoogte,  $l$  van die keël in terme van  $r$  en  $h$  uit. (1)

10.1.2 Wat is die verwantskap tussen die volumes van die voorwerpe? (1)

10.1.3 As die geboë buite oppervlakte van die silinder en keël dieselfde is,  $\pi r l = 2\pi r h$ , toon aan dat  $r^2 = 3h^2$ . (2)

10.1.4 Vervolgens, druk die volume van die keël in terme van  $h$  alleenlik uit. (2)

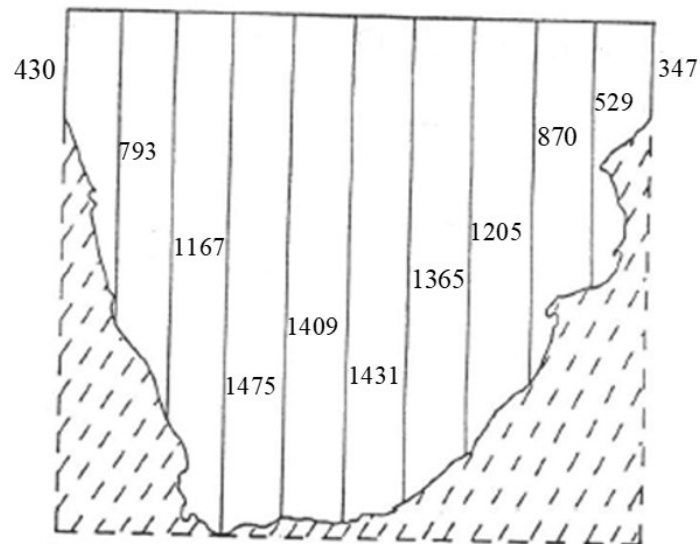
10.1.5 As die twee volumes met  $54\pi$  verskil:

(a) Toon aan dat  $h = 3$  (4)

(b) Vind die waarde van  $r$  (2)

- 10.2 Die kaart hieronder verteenwoordig 'n gedeelte van Suidelike Afrika. Ordinate is getrek op die kaart sodat die afstand tussen hulle 110 km is.  
ALLE afmetings is in kilometer.

y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	y <sub>4</sub>	y <sub>5</sub>	y <sub>6</sub>	y <sub>7</sub>	y <sub>8</sub>	y <sub>9</sub>	y <sub>10</sub>	y <sub>11</sub>
430	793	1167	1475	1409	1431	1365	1205	870	529	347



**Gedeelte van Suidelike Afrika**

Bepaal:

- 10.2.1 Die oppervlakte van die streek wat verteenwoordig word op die kaart, deur gebruik te maak van die middelordinaatreeël (3)

- 10.2.2 Die oppervlakte van die gearseerde streek (3)

[18]

**TOTAAL: 150**

**INLICHTINGSBLAD: TEGNIJSE WISKUNDE**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{In } \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{Oppervlakte} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta + 1 = \operatorname{cosec}^2 \theta$$



$$\pi rad = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi Dn \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{rotasiefrekwensie}$$

$$s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{sentrle hoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en } x = \text{lengte van koord}$$

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{rs}{2} = \frac{r^2\theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius, } s = \text{booglengte en } \theta = \text{sentrle hoek in radiale}$$

$$A_T = a \left( \frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } o_i = i^{\text{de}} \text{ ordinaat en } n = \text{aantal ordinate}$$

**OF**

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n) \quad \text{waar } a = \text{gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2} \text{ en } n = \text{aantal ordinate}$$