



**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

SEPTEMBER 2022

TEGNIESE WISKUNDE V2

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 16 bladsye, insluitend 'n 2-bladsy inligtingsblad.

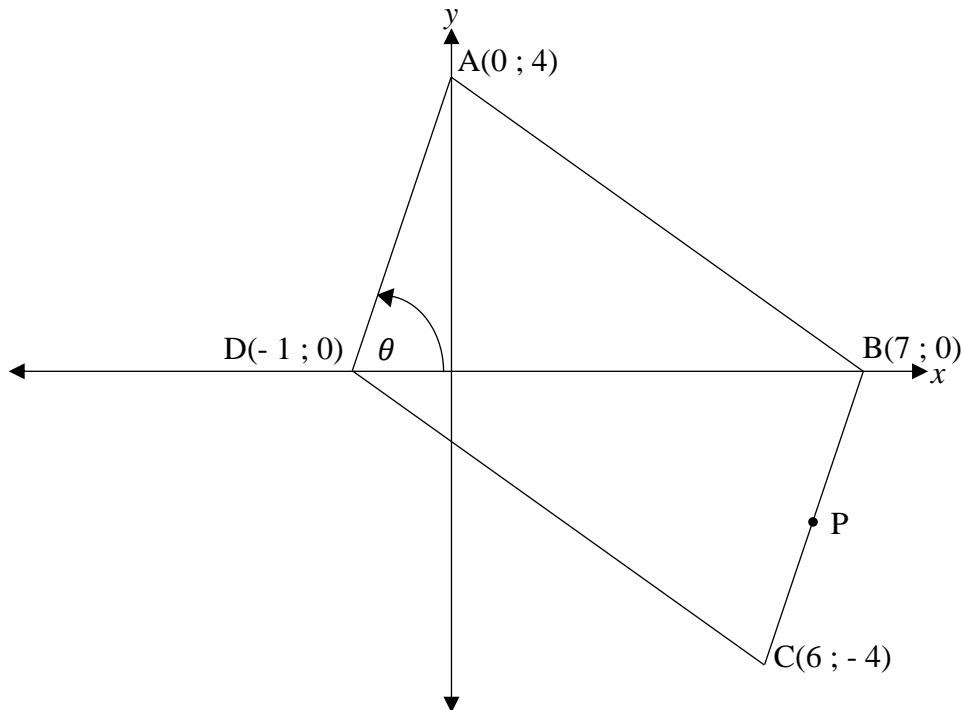
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voor die beantwoording van die vrae.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die voorsiene SPESIALE ANTWOORDEBOEK.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond jou antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

In die onderstaande diagram is ABCD 'n parallellogram met hoekpunte A(0 ; 4), B(7 ; 0), C(6 ; - 4) en D(- 1 ; 0). θ is die inklinasiehoek van lyn AD.



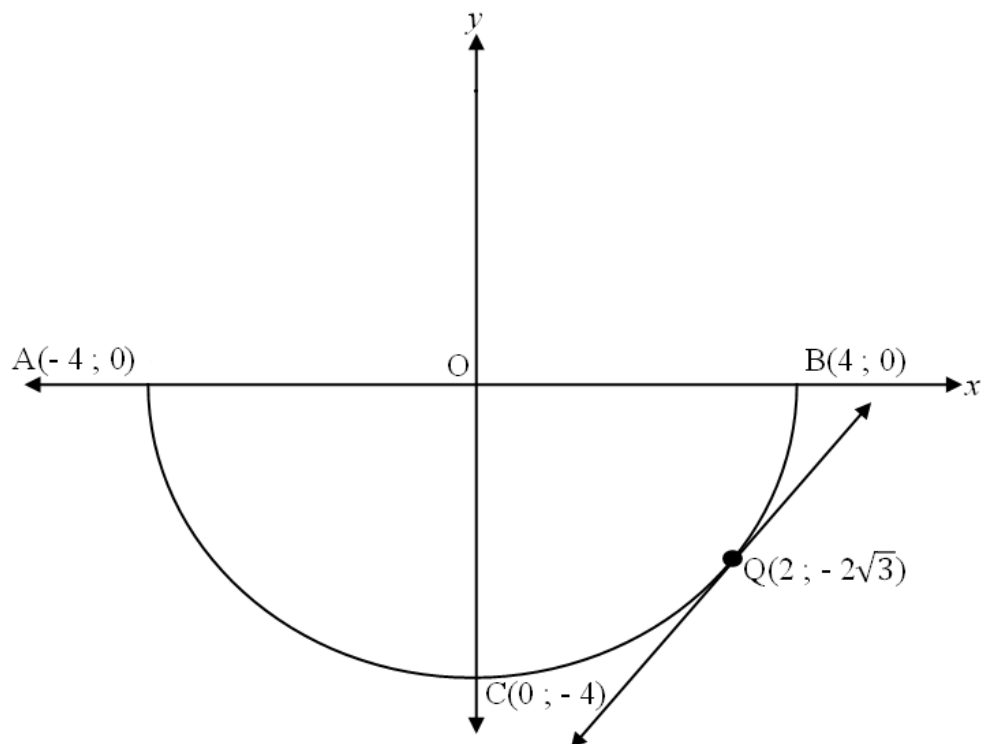
Bepaal:

- 1.1 Die gradiënt van AD (2)
- 1.2 Die inklinasiehoek, θ , tot die naaste graad (3)
- 1.3 Die koördinate van P, die middelpunt van BC (2)
- 1.4 Die lengte van AB en los jou antwoord in wortelvorm (2)
- 1.5 Die vergelyking van die lyn loodreg aan BC en wat deur punt P gaan, in die vorm $y = \dots$ (3)

[12]

VRAAG 2

- 2.1 In die onderstaande diagram is 'n skets van 'n semi-sirkel, met 'n reguitlyn wat raak by punt Q.



- 2.1.1 Bepaal die vergelyking van die semi-sirkel. (3)
- 2.1.2 Bepaal die gradiënt van OQ. (2)
- 2.1.3 Vervolgens, bepaal die vergelyking van die raaklyn in die vorm $y = \dots$, indien $P(0; -5)$ 'n punt op die raaklyn is. (2)
- 2.2 Gegee: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
- 2.2.1 Skets die gegewe grafiek, in jou SPESIALE ANTWOORDEBOEK, dui duidelik alle asse aan. (3)
- 2.2.2 Bepaal die lengte van die lang-as. (1)
- [11]**

VRAAG 3

3.1 Gegee: $\hat{P} = 38,9^\circ$ en $\hat{S} = 153,2^\circ$

Bepaal die volgende:

3.1.1 $\sin P + \cos 2S$ (2)

3.1.2 $\sec\left(\frac{P}{3} + S\right)$ (3)

3.2 Indien $\tan 52^\circ = k$, bepaal die volgende in terme van k .

3.2.1 $\cos 52^\circ$ (3)

3.2.2 $\operatorname{cosec} 38^\circ$ (1)

3.2.3 $\sin 232^\circ$ (3)

3.3 Los op vir θ , afgerond tot EEN desimale plek, as $\theta \in (0^\circ; 90^\circ)$:

$\frac{1}{2} \operatorname{cosec} 2\theta = 0,814$ (4)

[16]

VRAAG 4

4.1 Voltooi die identiteit:

$$1 + \cot^2 \theta = \dots \quad (1)$$

4.2 Vereenvoudig:

$$\frac{\cos(180^\circ + \theta) \cdot \tan(360^\circ - \theta) \cdot \cos^2(360^\circ - \theta)}{\sin(180^\circ - \theta)} + \cos^2 \theta \quad (7)$$

4.3 Bewys dat:

$$\frac{\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \tan \theta + \cot \theta \quad (8)$$

[16]

VRAAG 5

Gegee $f(x) = \sin x$ en $g(x) = \cos x + 1$, $x \in [0^\circ; 360^\circ]$

5.1 Op dieselfde assestelsel, gegee in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK, skets die grafieke van $f(x) = \sin x$ en $g(x) = \cos x + 1$. Dui duidelik alle asse met die assestelsel aan, asook die draaipunte en eindpunte. (7)

5.2 Gee die waardeversameling van g . (2)

5.3 Gee die periode van f . (1)

5.4 Gebruik jou grafiek en bepaal die waardes van x waarvoor: $g(x) = f(x)$ (2)

[12]

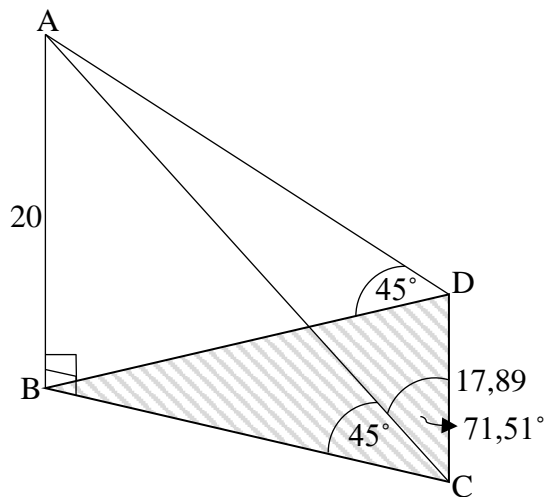
VRAAG 6

AB is 'n lampaal wat geanker is met staalkabels by punte C en D.
B, C en D is punte in dieselfde horisontale vlak.

AB = 20 eenhede en CD = 17,89 eenhede

$$\hat{A}DB = \hat{A}CB = 45^\circ$$

$$\hat{A}CD = 71,51^\circ$$



- 6.1 Bepaal die lengte van, AC, een van die anker-kabels. (2)
- 6.2 Bepaal die oppervlakte van $\triangle ACD$. (3)
- [5]

VRAAG 7

7.1 Vul die ontbrekende woord(e) in die volgende stelling in:

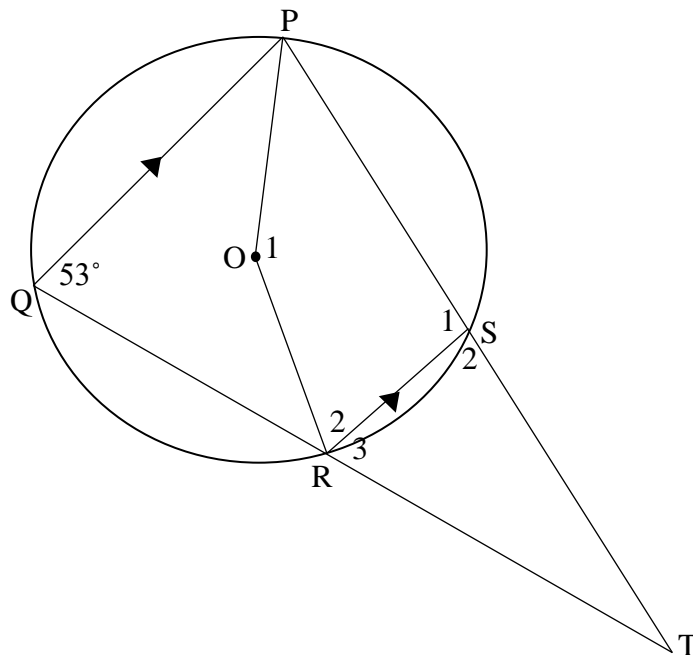
“Die hoek onderspan deur ’n boog by die middelpunt van die sirkel is ... die grootte van die hoek onderspan deur dieselfde boog by die omtrek van die sirkel.” (1)

7.2 In die onderstaande diagram, O is die middelpunt van die sirkel en PQRS is ’n koordevierhoek.

$QP \parallel RS$.

PS en QR is verleng om by T te ontmoet.

$$\hat{Q} = 53^\circ$$



Skryf die groottes van die volgende hoeke, met redes neer:

7.2.1 \hat{O}_1 (2)

7.2.2 \hat{S}_2 (2)

7.2.3 \hat{P} (2)

[7]

VRAAG 8

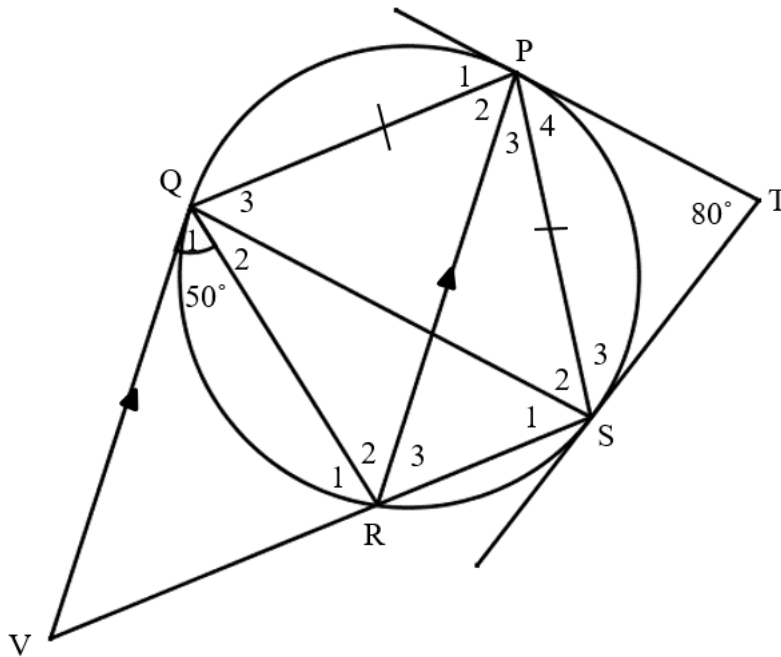
8.1 Vul die ontbrekende woord(e) in die volgende stelling in:

“Die hoek tussen die raaklyn aan ’n sirkel en die koord getrek vanaf die kontakpunt is ... met die hoek in die alternatiewe segment.” (1)

8.2 In die onderstaande diagram is PQRS ’n koordevierhoek, met $PS = PQ$.
SR is verleng tot by V, sodat $QV \parallel PR$.

QV is ’n raaklyn aan die sirkel by Q met $\hat{Q}_1 = 50^\circ$

TP en TS is raaklyne vanaf dieselfde punt met $\hat{T} = 80^\circ$.



8.2.1 Gee ’n rede waarom $TP = TS$. (1)

8.2.2 Vervolgens, bereken die grootte van \hat{P}_4 , met redes. (4)

8.2.3 Bereken die grootte van die hoeke met redes:

(a) \hat{P}_2 (2)

(b) \hat{S}_2 (2)

(c) \hat{R}_2 (2)

(d) \hat{V} (2)

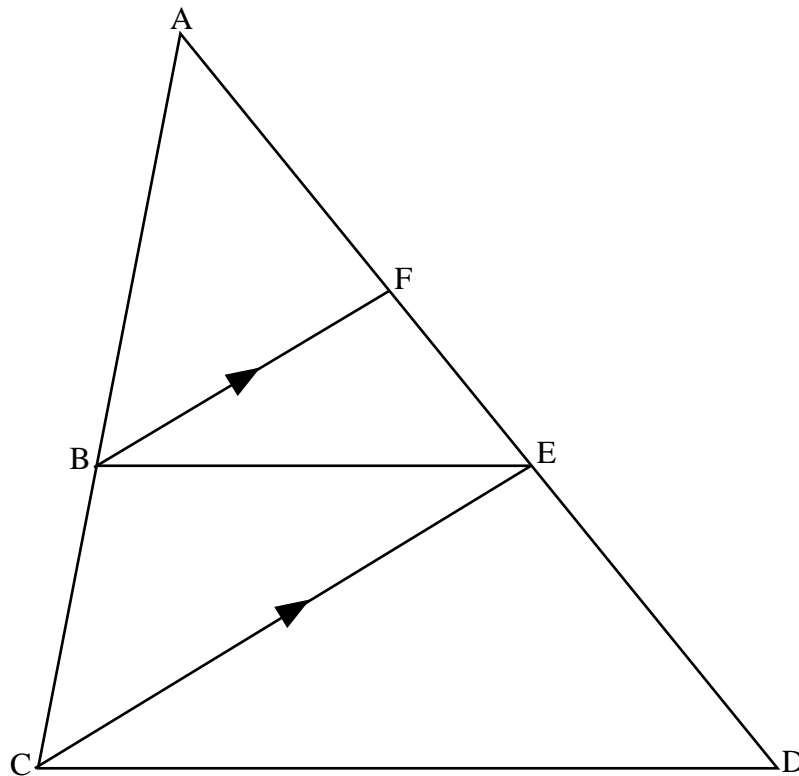
[14]

VRAAG 9

9.1 Vul die ontbrekende woord(e) in die volgende stelling in:

"As 'n lyn twee sye van 'n driehoek in dieselfde verhouding verdeel, dan is die lyn ... na die derde sy." (1)

9.2 In die onderstaande diagram is $BF \parallel CE$; $AB : AC = 3 : 4$; $FE : ED = 3 : 4$ en $AE = 36$ cm.



Bepaal:

9.2.1 Die lengte van AF (3)

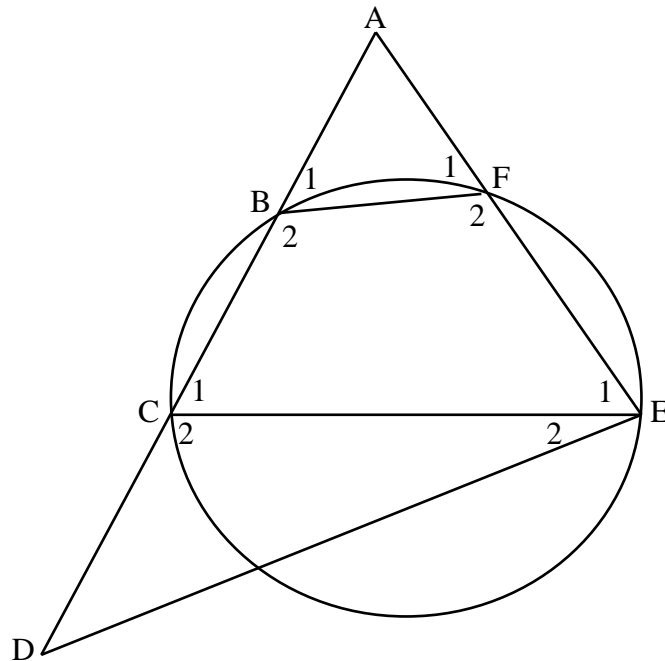
9.2.2 Die lengte van ED (3)

9.3 Vul die ontbrekende woord(e) in die volgende stelling in:

“As die ooreenstemmende sye van twee driehoeke ... is, dan is die driehoeke gelykhoekig.”

(1)

9.4 In die diagram hieronder, is BFEC 'n koordevierhoek. Sye CB en EF is verleng om by A te ontmoet. Driehoek ECD word gevorm.



9.4.1 Bewys dat $\triangle ABF \parallel \triangle AEC$.

(4)

9.4.2 Verder as, $AB = 25$ cm; $AF = 20$ cm; $FE = 40$ cm en $CD = 27$ cm.

(a) Bepaal die lengte van BC.

(3)

(b) Toon aan dat $BF \parallel DE$.

(3)

(c) Bewys dat $\triangle AEC \parallel \triangle ADE$.

(3)

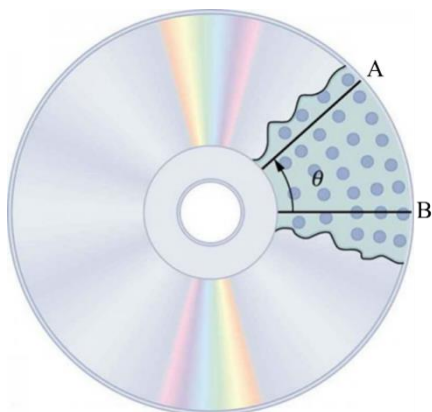
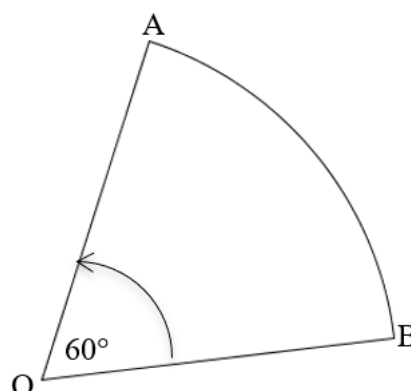
(d) Vervolgens, bepaal $DE : BF$.

(2)

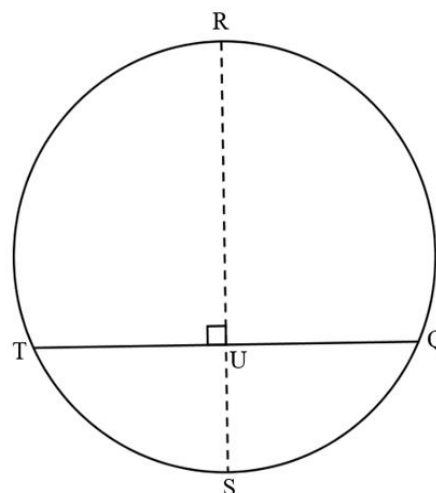
[23]

VRAAG 10

- 10.1 'n Kraak op 'n musiek CD vorm 'n hoek van 60° , soos dit beweeg op die snit, vanaf B na A. Die radius van die CD is 5 cm. FIGUUR 1 stel die kraak voor.

**FIGUUR 1**

- 10.1.1 Bereken die booglengte, AB, wat die kraak beweeg het. (4)
- 10.1.2 Bepaal die oppervlakte AOB, deur die kraak gevorm. (3)
- 10.2 'n Bad in 'n wasmasjien, met deursnee van 420 mm, draai teen 1 800 revolusies per minuut. In die diagram langsaan, SR verteenwoordig die middellyn van die bad, met S en R punte op die omtrek en TQ verteenwoordig die koord van die bad (sirkel) met $TQ \perp SR$ by U.



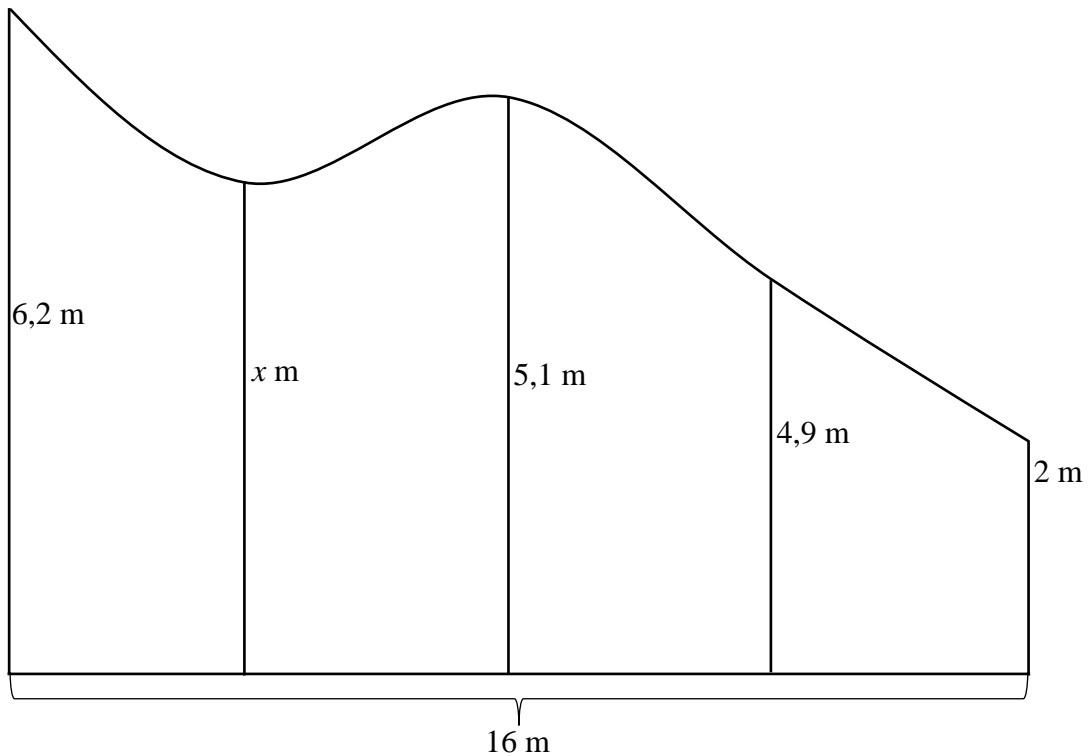
Bereken:

- 10.2.1 Die hoeksnelheid, van die bad, in radiale per sekonde (4)
- 10.2.2 Die omtreksnelheid, van die bad, in meter per sekonde (4)
- 10.2.3 Die lengte van US, as koord $TQ = 250$ mm. Gee jou finale antwoord in cm (5)

[20]

VRAAG 11

- 11.1 Die onreëlmatige vorm hieronder met ordinate 6,2, x , 5,1, 4,9 en 2 m het 'n TOTALE oppervlakte van $73,6 \text{ m}^2$. Een sy het 'n lengte van 16 m en word in vier gelyke dele gedeel.



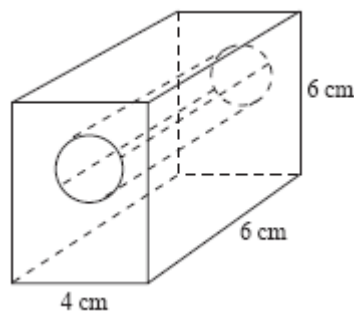
Bereken die waarde van x .

(5)

- 11.2 'n Blok hout het 'n silinder wat daaruit gesny is, waardeur 'n elektriese koord moet loop. Die silinder het 'n deursnee van 1,5 cm.

$$\text{Volume van silinder} = \pi r^2 h$$

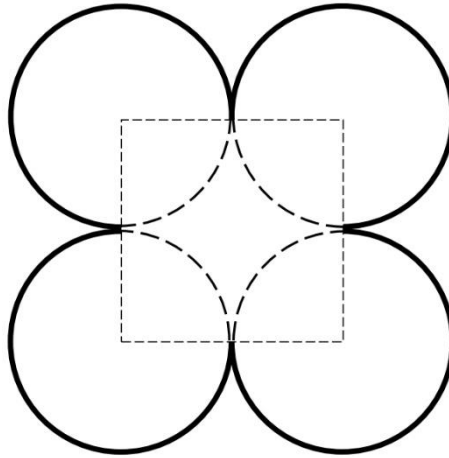
$$\text{Volume van reghoekige prisma} = l \times b \times h$$



Bereken die volume van die oorblywende blok hout nadat die silinder uitgesny is.

(4)

- 11.3 'n Plakkaat word uit 4 identiese sirkels gemaak. Die sirkels het 'n radius van 15 cm. Die plakkaat moet op 'n muur geplak word met 'n sirkelvormige spasie wat 'n omtrek van 200 cm het. Die middelpunte van die sirkels vorm die hoekpunte van 'n vierkant. Die onderstaande diagram illustreer hoe die plakkaat moet lyk.



Bepaal of die plakkaat, in die beskikbare spasie, op die muur geplak kan word.

(5)

[14]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \quad a > 0, a \neq 1 \text{ en } b > 0$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$i_{\text{eff}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int kx^n dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int \frac{k}{x} dx = k \cdot \ln(x) + C, \quad x > 0$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0$$

$$\int ka^{nx} dx = k \cdot \frac{a^{nx}}{n \ln a} + C, \quad a > 0$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In $\triangle ABC$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\cot^2 \theta = 1 + \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\pi rad = 180^\circ$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 2\pi n \quad \text{waar } n = \text{omwentelingsfrequentie}$$

$$\text{Hoeksnelheid} = \omega = 360^\circ n \quad \text{waar } n = \text{omwentelingsfrequentie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \pi D n \quad \text{waar } D = \text{middellyn en } n = \text{omwentelingsfrequentie}$$

$$\text{Omtreksnelheid} = v = \omega r \quad \text{waar } \omega = \text{hoeksnelheid en } r = \text{radius}$$

$$\text{Booglengte } s = r\theta \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{middelpuntshoek in radiale}$$

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{rs}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius en } s = \text{booglengte}$$

$$\text{Oppervlakte van sektor} = \frac{r^2\theta}{2} \quad \text{waar } r = \text{radius en } \theta = \text{middelpuntshoek in radiale}$$

$$4h^2 - 4dh + x^2 = 0 \quad \text{waar } h = \text{hoogte van segment, } d = \text{middellyn van sirkel en } x = \text{lengte van koord}$$

$$A_T = a(m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{n-1}) \quad \text{waar } a = \text{wydte van gelyke dele, } m_1 = \frac{o_1 + o_2}{2} \\ \text{en } n = \text{aantal ordinate}$$

OF

$$A_T = a \left(\frac{o_1 + o_n}{2} + o_2 + o_3 + o_4 + \dots + o_{n-1} \right) \quad \text{waar } a = \text{wydte van gelyke dele, } o_i = i^{st} \text{ ordinaat en} \\ n = \text{aantal ordinate}$$