



# **NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**JUNIE 2024**

**WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

---

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye, insluitend 'n  
formuleblad, en 'n antwoordeboek van 25 bladsye.

---

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat voorsien is.
3. Toon ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens., wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

Die maksimum daaglikse temperature in Bloemfontein was vir die eerste 11 dae in Januarie aangeteken soos aangetoon in die tabel hieronder:

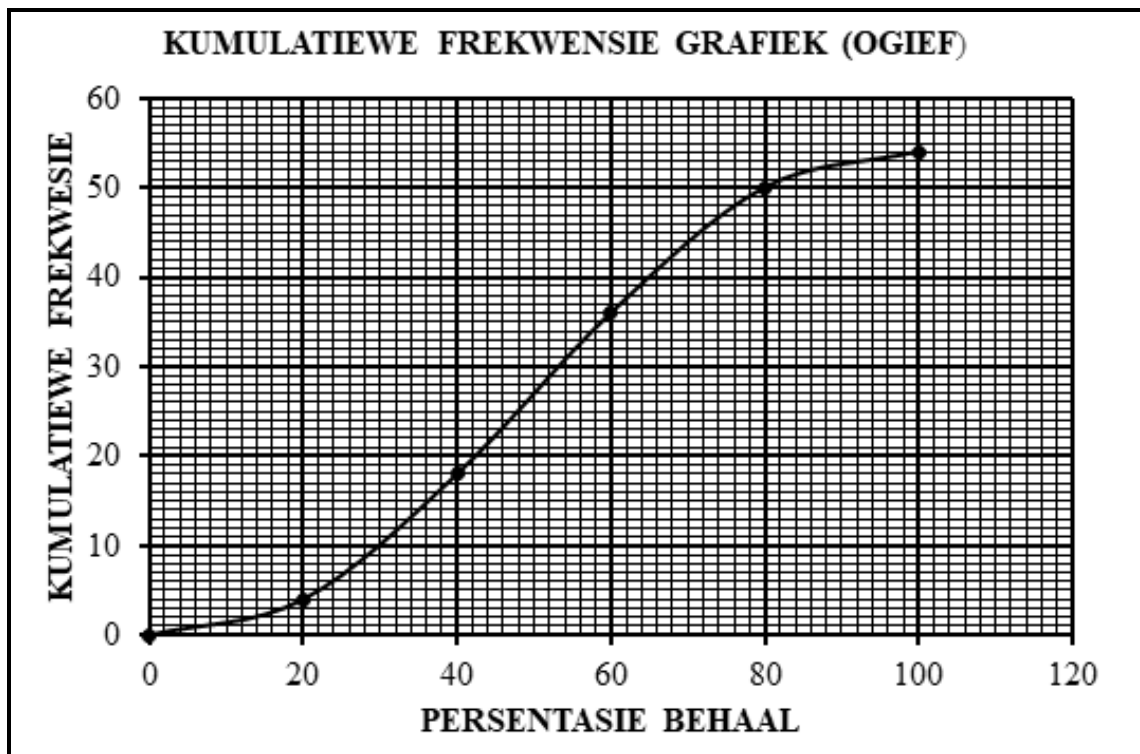
27	32	35	36	30	27	17	26	34	37	40
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- 1.1 Bereken die gemiddelde vir die maksimum daaglikse temperature vir die eerste 11 dae in Januarie. (2)
- 1.2 Bereken die standaardafwyking. (1)
- 1.3 Hoeveel dae was die temperature meer as een standaardafwyking vanaf die gemiddelde? (3)
- 1.4 Bepaal die interkwartielvariasiewydte van die data. (3)
- 1.5 Teken 'n mond-en-snor diagram op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is. (3)

**[12]**

**VRAAG 2**

In 'n sekere skool, was die analise van die matriek wiskunde uitslae in persentasies deur 'n kumulatiewe frekwensie grafiek (ogief), hieronder gegee, voorgestel.



Gebruik die grafiek hierbo om die volgende vrae te beantwoord.

2.1 Voltooi die frekwensietabel wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is.

Persentasie behaal	Frekwensie	Kumulatiewe frekwensie
$0 \leq x < 20$		4
$20 \leq x < 40$		18
$40 \leq x < 60$		36
$60 \leq x < 80$		50
$80 \leq x < 100$		54

(2)

2.2 Skryf neer die totale aantal matrikulante in die skool wat wiskunde geskryf het. (1)

2.3 Skryf die modaleklas neer. (1)

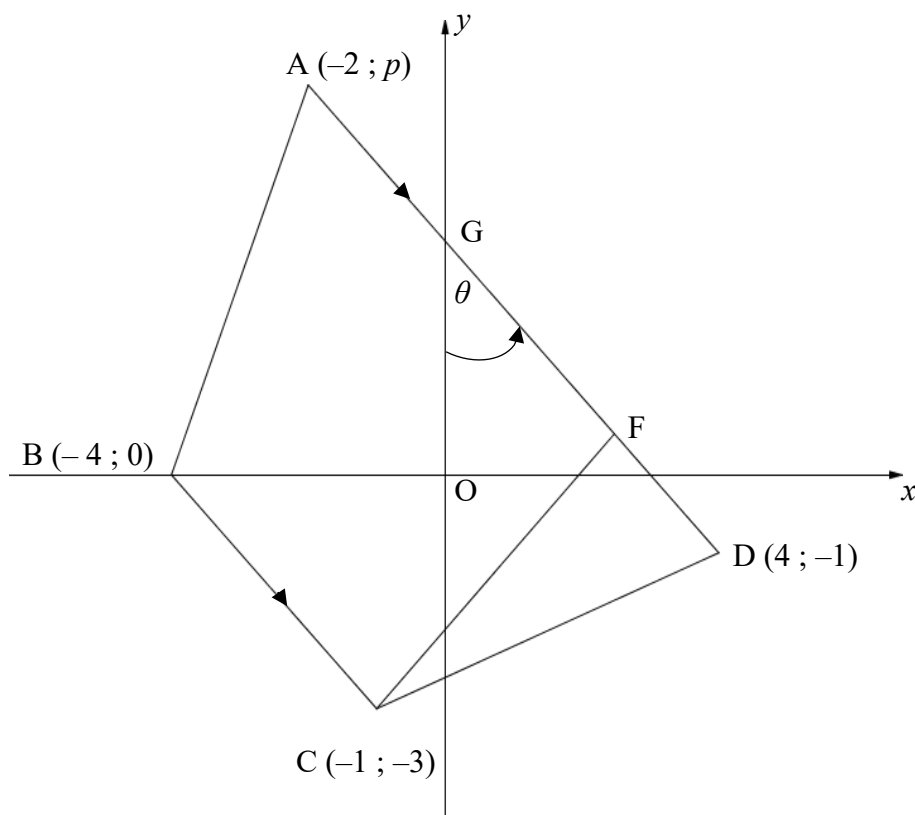
2.4 Beraam die mediaan-persentasie vir wiskunde van hierdie skool. (2)

2.5 Indien die vereiste vir 'n leerder om by 'n sekere instansie toelating te verkry 70% en meer in wiskunde is, bepaal hoeveel matrikulante vir toelating sal kwalifiseer. (2)

**[8]**

**VRAAG 3**

In die diagram hieronder is,  $A(-2; p)$ ,  $B(-4; 0)$ ,  $C(-1; -3)$  en  $D(4; -1)$  die hoekpunte van 'n trapesium.  $AD \parallel BC$ . Punt  $G$  is die  $y$ -afsnit van lyn  $AD$ .  $F$  lê op lyn  $AD$ .

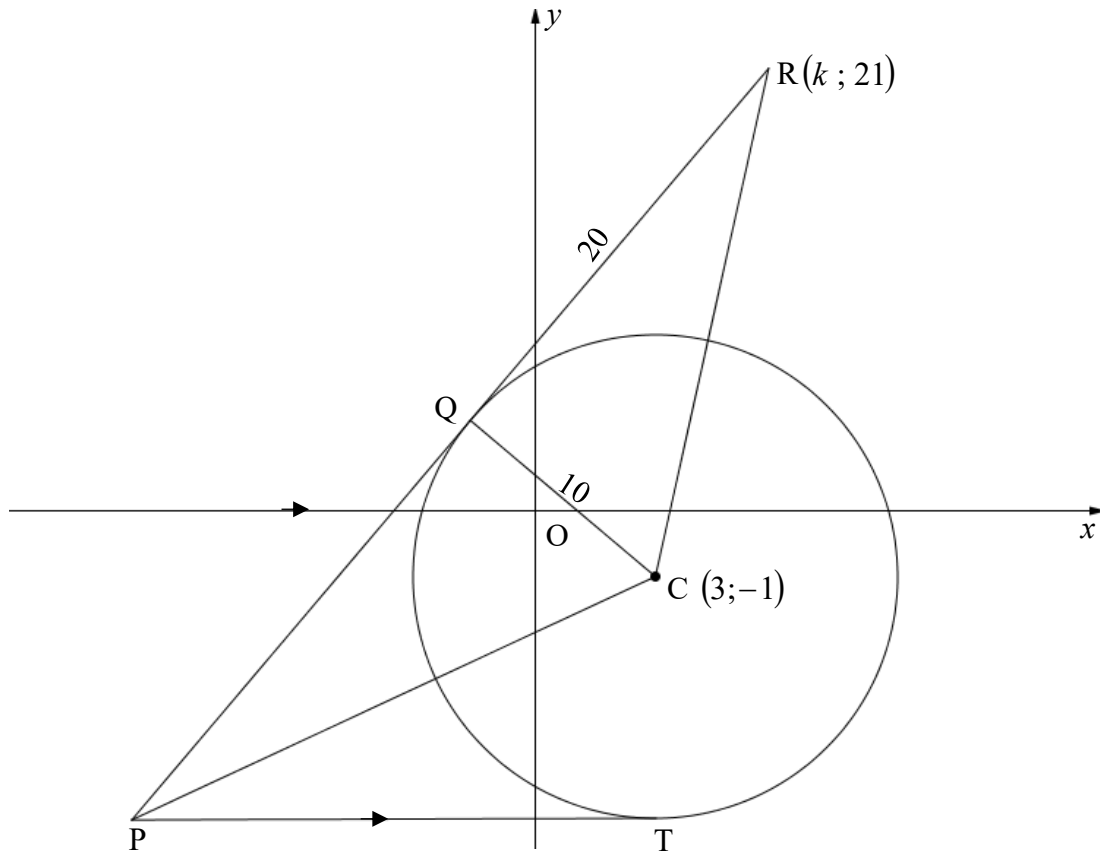


- 3.1 Bepaal die lengte van  $BC$ . (2)
- 3.2 Bepaal die gradiënt van  $BC$ . (2)
- 3.3 Bepaal die vergelyking van lyn  $AD$  in die vorm  $y = mx + c$ . (3)
- 3.4 Bereken die waarde van  $p$ . (2)
- 3.5 As die koördinate van  $F$ ,  $\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$  is, toon aan dat  $CF \perp AD$  is. (2)
- 3.6 Bereken die grootte van  $\theta$ . (3)
- 3.7 Bereken die oppervlakte van trapesium  $ABCD$ . (4)

**[18]**

## VRAAG 4

In die diagram hieronder, is 'n sirkel met middelpunt  $C(3; -1)$  en 'n radius van 10 eenhede geteken.  $PQR$  en  $PT$  is raaklyne aan die sirkel by  $Q$  en  $T$  onderskeidelik.  $PT$  is ewewydig aan die  $x$ -as.  $R(k; 21)$ ,  $C$  en  $P$  is hoekpunte van  $\triangle RCP$ .  $QR = 20$  eenhede.



- 4.1 Skryf die grootte van  $\widehat{CQR}$  neer. (1)
- 4.2 Bereken die lengte van  $RC$ , en laat jou antwoord in wortelvorm. (2)
- 4.3 Bereken die waarde van  $k$ , as  $R$  in die eerste kwadrant lê. (4)
- 4.4 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt  $C$ , wat deur  $T$  en  $Q$  gaan. Skryf jou antwoord in die vorm  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ . (2)
- 4.5 Bepaal die vergelyking van  $PT$ . (2)

- 4.6 Die vergelyking van lyn PR word deur  $3y - 4x = 35$  gegee.
- 4.6.1 Bereken die koördinate van P. (2)
- 4.6.2 Bereken, met 'n rede, die lengte van PQ. (2)
- 4.6.3 Is die oppervlakte van  $\triangle QRC =$  oppervlakte van  $\triangle QCP$ ? Motiveer jou antwoord. (3)
- 4.7 Beskou 'n ander sirkel met vergelyking  $(x - 3)^2 + (y + 16)^2 = 16$  met middelpunt, M.
- 4.7.1 Skryf die koördinate van die middelpunt, M neer. (1)
- 4.7.2 Skryf die lengte van die radius van die sirkel met middelpunt, M neer. (1)
- 4.7.3 Bewys dat die sirkel met middelpunt C en die sirkel met middelpunt M, nie mekaar raak of sny nie. (3)
- [23]

**VRAAG 5**

- 5.1 As  $\sin 14^\circ = p$ , bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waardes van die volgende in terme van  $p$ :

5.1.1  $\cos 76^\circ$  (2)

5.1.2  $\cos 44^\circ$  (4)

5.1.3  $2 \sin 218^\circ \cdot \cos 38^\circ$  (3)

5.2 Gegee:  $1 + \frac{\sin(90^\circ + \theta) \cdot \cos(\theta - 360^\circ)}{\sin(\theta - 30^\circ) \cdot \cos \theta - \sin \theta \cdot \cos(\theta - 30^\circ)}$

- 5.2.1 Vereenvoudig tot 'n enkel trigonometriese verhouding van  $\theta$ , **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**:

$$1 + \frac{\sin(90^\circ + \theta) \cdot \cos(\theta - 360^\circ)}{\sin(\theta - 30^\circ) \cdot \cos \theta - \sin \theta \cdot \cos(\theta - 30^\circ)} \quad (6)$$

- 5.2.2 Skryf neer die maksimum waarde van

$$y = 1 + \frac{\sin(90^\circ + \theta) \cos(\theta - 360^\circ)}{\sin(\theta - 30^\circ) \cos \theta - \sin \theta \cdot \cos(\theta - 30^\circ)} \quad (1)$$

5.3 Bewys dat  $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 3 - 4 \sin^2 x$  (5)

5.4 Gegee:  $\sin^2 x + \sin 2x - 3 \cos^2 x = 0$ .

- 5.4.1 Bepaal die algemene oplossing van die vergelyking hierbo. (5)

- 5.4.2 Bepaal, vervolgens of andersins, die waardes van  $x$  in die interval  $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ . (3)

[29]



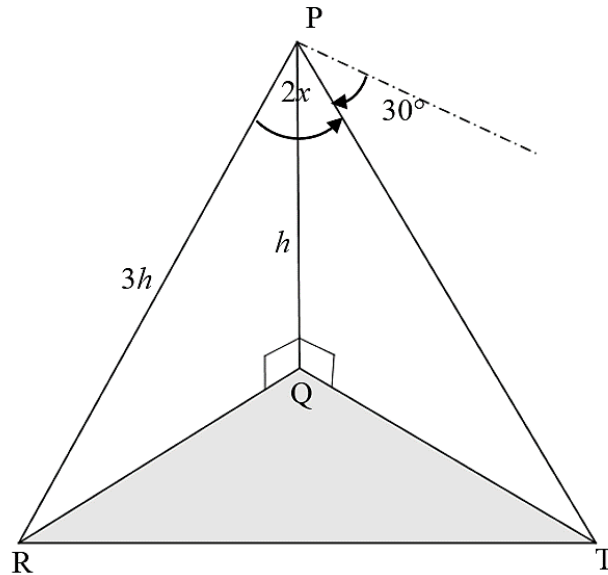
**VRAAG 6**

- 6.1 Skets die grafieke van  $f(x) = 3\sin x$  en  $g(x) = \tan \frac{1}{2}x$ , in die interval van  $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$  op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is. Toon alle draaipunte, asymptote en afsnitte met die asse duidelik aan. (6)
- 6.2 Gebruik jou grafieke om die volgende vrae te beantwoord vir  $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$ .
- 6.2.1 Skryf die periode van  $g$  neer. (1)
- 6.2.2 Skryf die waarde(s) van  $x$  neer, waarvoor die grafiek van  $g$  ongedefinieerd is. (2)
- 6.2.3 Skryf die terrein van  $h$  neer, as  $h(x) = f(x) - 2$ . (2)
- 6.2.4 Hoeveel oplossings bestaan vir  $f(x) = g(x)$ ? (1)
- [12]

**VRAAG 7**

In die diagram hieronder, is PQ 'n vertikale paal met hoogte,  $h$  meter. R, Q en T is drie punte op dieselfde horisontale vlak. PR en PT is kables en die dieptehoek vanaf P na T is  $30^\circ$ .

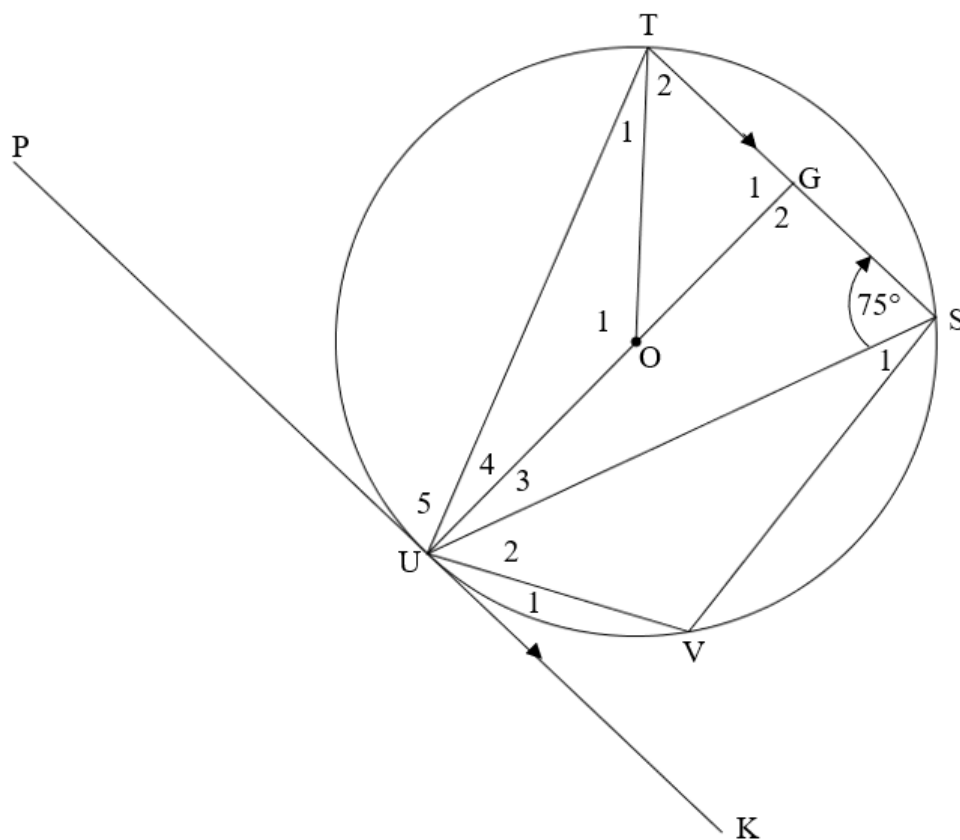
$PR = 3h$  en hoek  $\hat{RPT} = 2x$ .



- 7.1 Skryf die grootte van  $\hat{PTQ}$  neer. (1)
- 7.2 Bepaal die lengte van PT, in terme van  $h$ . (3)
- 7.3 Bereken die grootte van  $x$  as  $RT = \sqrt{7}h$ . (5)
- [9]**

**VRAAG 8**

In die diagram hieronder, gaan die sirkel met middelpunt O deur U, T, S en V. PUK is 'n raaklyn aan die sirkel by U.  $TS \parallel PK$ . UOG is 'n reguitlyn.  $\hat{T}SU = 75^\circ$



8.1 Bereken met redes die grootte van:

8.1.1  $\hat{O}_1$  (2)

8.1.2  $\hat{U}_5$  (2)

8.1.3  $\hat{T}_1$  (3)

8.1.4  $\hat{V}$  (3)

8.1.5  $\hat{U}_3$  (2)

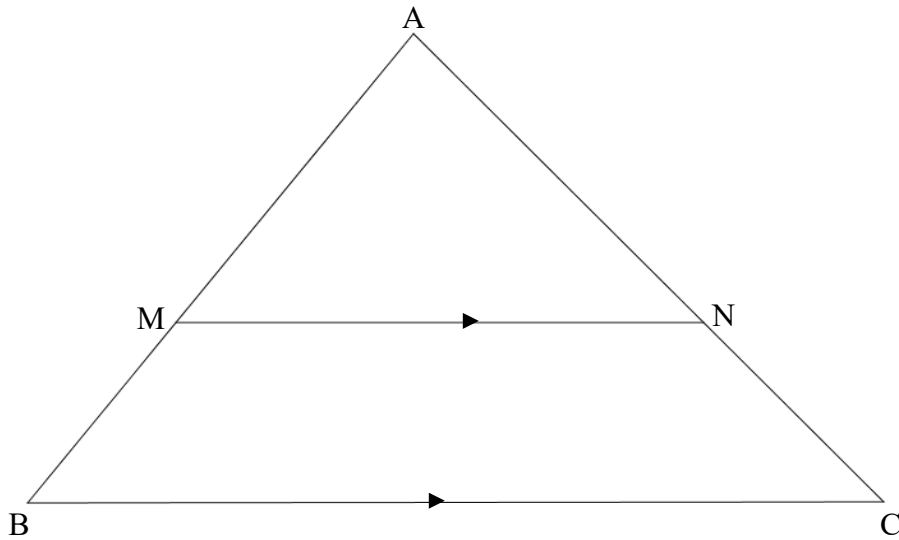
8.1.6  $\hat{G}_2$  (3)

8.2 As dit verder gegee is dat  $TS = \sqrt{80}$ , bereken, met redes, die lengte van TG, en laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm.

(2)  
[17]

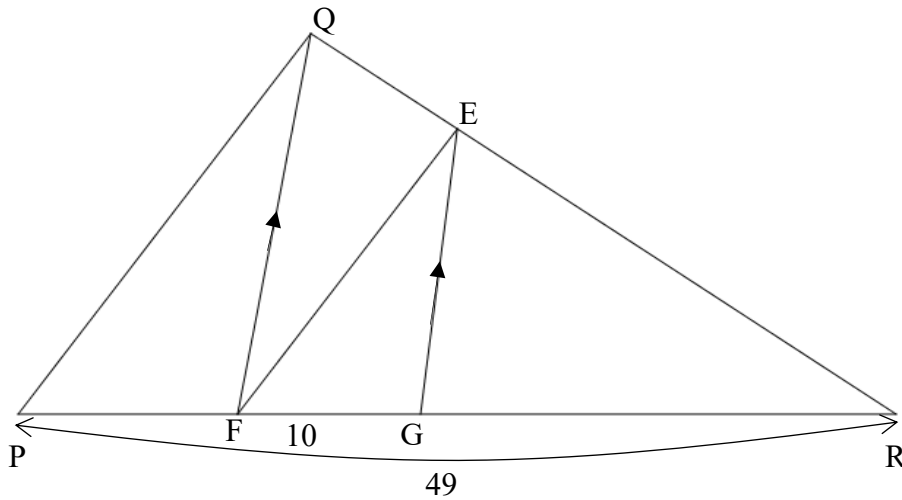
**VRAAG 9**

9.1 In  $\triangle ABC$  hieronder, is M 'n punt op AB en N is 'n punt op AC, sodat  $MN \parallel BC$ .



Bewys die stelling wat meld dat  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ . (5)

- 9.2 In die diagram hieronder, is  $\triangle PQR$  geteken,  $EG \parallel QF$  en  $EF$  is 'n reguitlyn.  
 $QE:ER = 2:5$ .  $PR = 49$  eenhede en  $FG = 10$  eenhede.



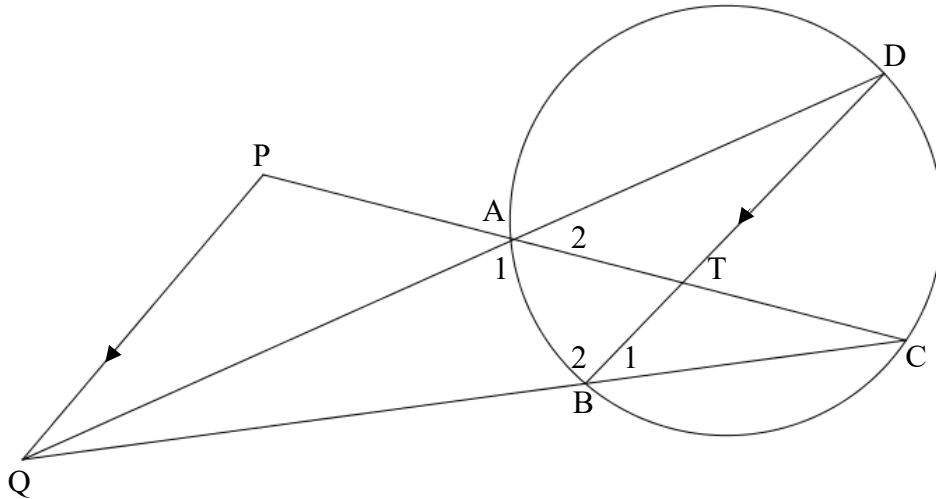
- 9.2.1 Bereken, met redes, die lengte van  $GR$ . (4)

- 9.2.2 Bewys dat  $FE \parallel PQ$ . (3)

[12]

**VRAAG 10**

In die diagram hieronder, is A, B, C en D punte op die omtrek van die sirkel. PC en QC is geteken vanaf P en Q onderskeidelik en sny by C. QP is verbind. DB||PQ. QB=5BC.



Bewys dat:

$$10.1 \quad \frac{CT}{PC} = \frac{1}{6} \quad (3)$$

$$10.2 \quad \triangle QAC \parallel \triangle QBD \quad (4)$$

$$10.3 \quad QD \cdot QA = 30BC^2 \quad (3)$$

[10]

**TOTAAL: 150**

## INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$