basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIKAAT-EKSAMEN/ NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

WISKUNDE V2

MEI/JUNIE 2024

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 23 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

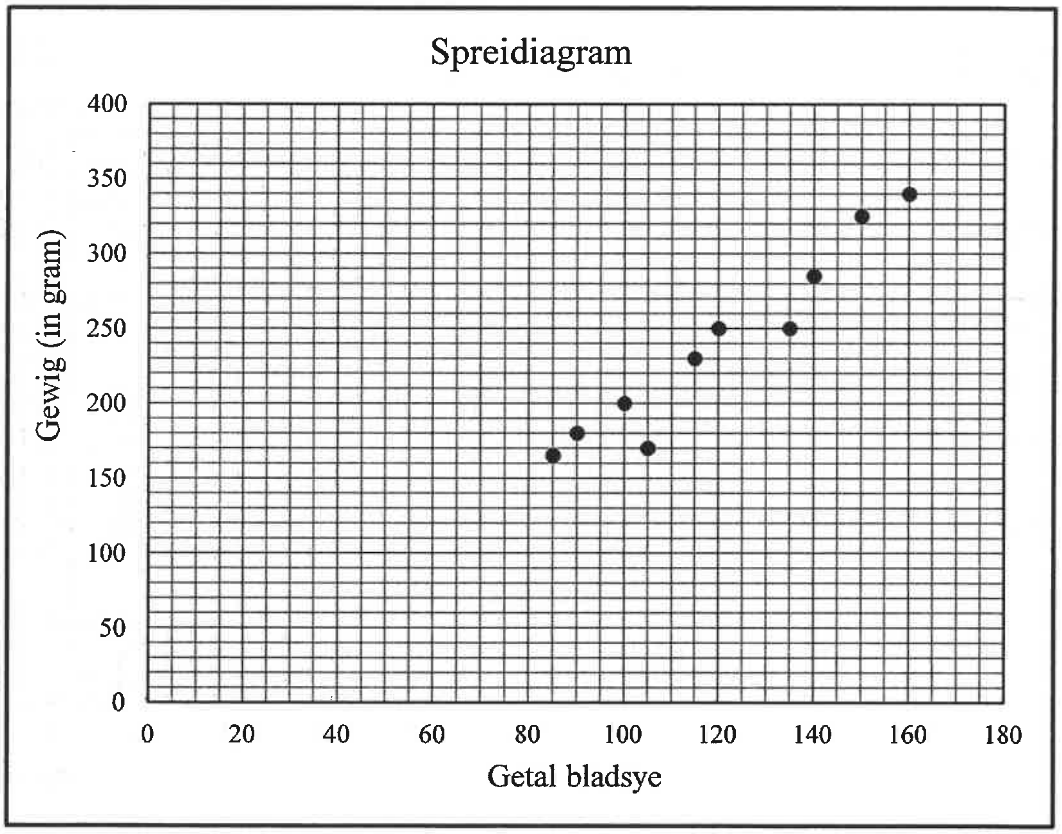
Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die getal bladsye in tien A4-boeke en hulle ooreenstemmende gewig (in gram) is in die tabel hieronder gegee. Die data word ook in die spreidiagram verteenwoordig.

Getal bladsye (x)	85	150	100	120	90	140	135	105	115	160
Gewig (in gram) (y)	165	325	200	250	180	285	250	170	230	340



1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn. (3)

1.2 Trek die kleinstekwadrate-regressielyn op die spreidiagram in die ANTWOORDEBOEK. (2)

1.3 Voorspel die gewig van 'n A4-boek wat 110 bladsye bevat. (2)

1.4 Bereken die persentasie toename in gewig tussen 'n boek met 110 bladsye en 'n boek met 130 bladsye. (3)

[10]

VRAAG 2

Vyftig atlete moet toegang tot geskikte oefenfasiliteite hê. Die tabel hieronder toon die afstande, in km, wat hulle moet ry om toegang tot geskikte oefenfasiliteite te kry.

AFSTAND (x km)	GETAL ATLETE
$0 \leq x < 5$	3
$5 \leq x < 10$	7
$10 \leq x < 15$	20
$15 \leq x < 20$	12
$20 \leq x < 25$	5
$25 \leq x < 30$	3

2.1 Voltooi die kumulatiewefrekwensie-kolom wat in die tabel in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (2)

2.2 Op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word, teken 'n kumulatiewefrekwensie-kromme (ogief) om die data hierbo te verteenwoordig. (3)

2.3 Bereken die interkwartielvariasiewydte (IKR) van die data hierbo. (2)

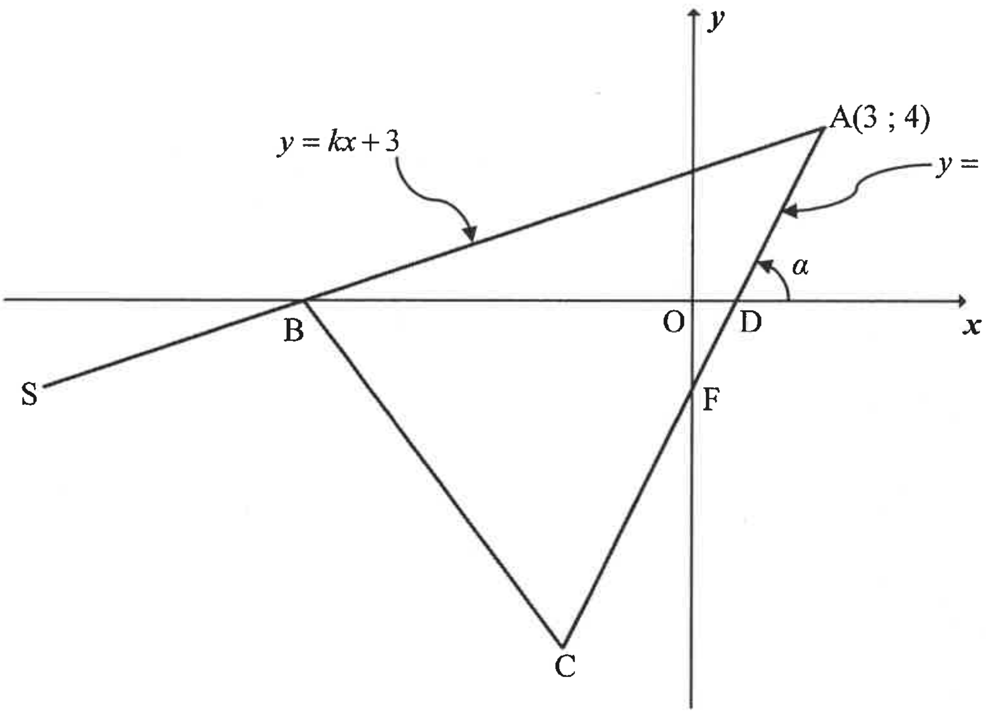
2.4 Die gesinne van 4 van die atlete hierbo wat tussen 15 en 20 km vanaf 'n geskikte oefenfasiliteit woon, besluit om 10 kilometer nader aan die fasiliteit te trek. In watter interval sal die getal atlete toeneem? (1)

2.5 Bereken die geskatte gemiddelde afstand wat die vyftig atlete moet ry nadat die 4 gesinne 10 kilometer nader aan die fasiliteit getrek het. Toon ALLE berekeninge duidelik. (3)

[11]

VRAAG 3

In die diagram is A(3 ; 4), B en C hoekpunte van ΔABC. AB is verleng na S.
D en F is onderskeidelik die x- en y-afsnitte van AC. F is die middelpunt van AC en die inklinasiehoek van AC is α. Die vergelyking van AB is $y = kx + 3$ en die vergelyking van AC is $y = 2x - 2$.



3.1 Toon dat $k = \frac{1}{3}$. (1)

3.2 Bereken die koördinate van B, die x-afsnit van lyn AS. (2)

3.3 Bereken die koördinate van C. (4)

3.4 Bepaal die vergelyking van die lyn parallel aan BC en wat deur S(–15 ; –2) gaan. Skryf jou antwoord in die vorm $y = mx + c$. (5)

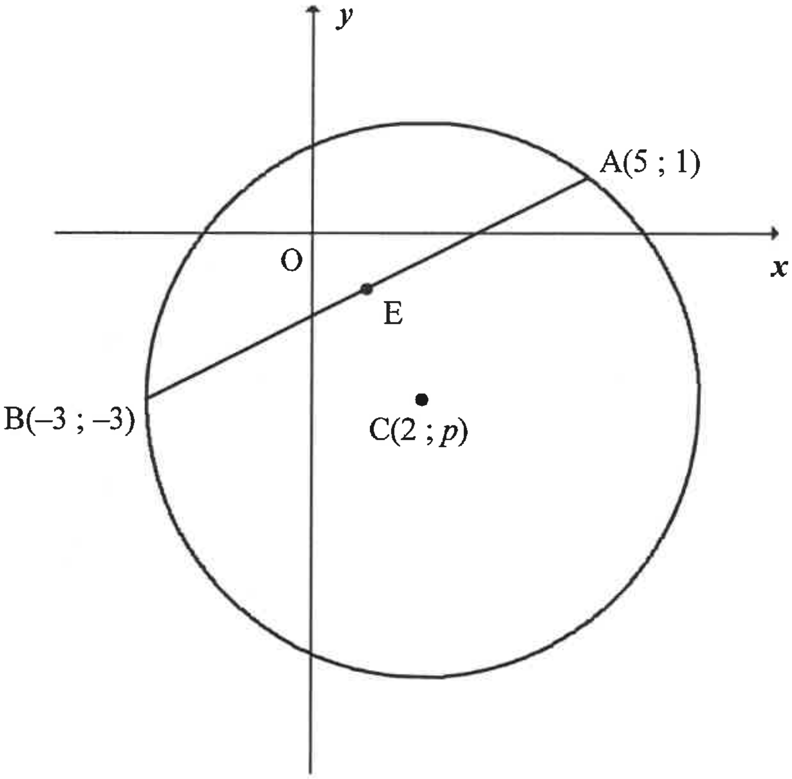
3.5 Bereken die grootte van $B\hat{A}C$. (5)

3.6 As dit verder gegee word dat AC se lengte $6\sqrt{5}$ eenhede is, bereken die waarde van $\frac{\text{Area van } \Delta ABD}{\text{Area van } \Delta ASC}$ (5)

[22]

VRAAG 4

In die diagram is die sirkel met middelpunt C(2 ; p) geteken. A(5 ; 1) en B(−3 ; −3) is punte op die sirkel. E is die middelpunt van AB.



4.1	Bereken die koördinate van E, die middelpunt van AB.	(2)
4.2	Bereken die lengte van AB. Laat jou antwoord in wortelvorm.	(1)
4.3	Bepaal die vergelyking van die loodregte lyn wat AB halveer in die vorm $y = mx + c$.	(4)
4.4	Toon dat $p = -3$.	(1)
4.5	Toon, met berekeninge, dat die vergelyking van die sirkel $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ is.	(4)
4.6	Bereken die waardes van t waarvoor die reguitlyn $y = tx + 8$ nie die sirkel sal sny nie.	(6)
		[18]

VRAAG 5

5.1 Indien $\sin 40° = p$, skryf ELK van die volgende in terme van p.

5.1.1 $\sin 220°$ (2)

5.1.2 $\cos^2 50°$ (2)

5.1.3 $\cos(-80°)$ (3)

5.2 Gegee: $\tan x(1-\cos^2 x)+\cos^2 x=\dfrac{(\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)}{\cos x}$

5.2.1 Bewys die identiteit hierbo. (5)

5.2.2 Vir watter waardes van x, in die interval $x \in [-180°\,;180°]$, sal die identiteit ongedefinieerd wees? (3)

5.3 Gegee die uitdrukking: $\dfrac{\sin 150°+\cos^2 x-1}{2}$

5.3.1 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, vereenvoudig die uitdrukking hierbo gegee tot 'n enkele trigonometriese term in terme van $\cos 2x$. (6)

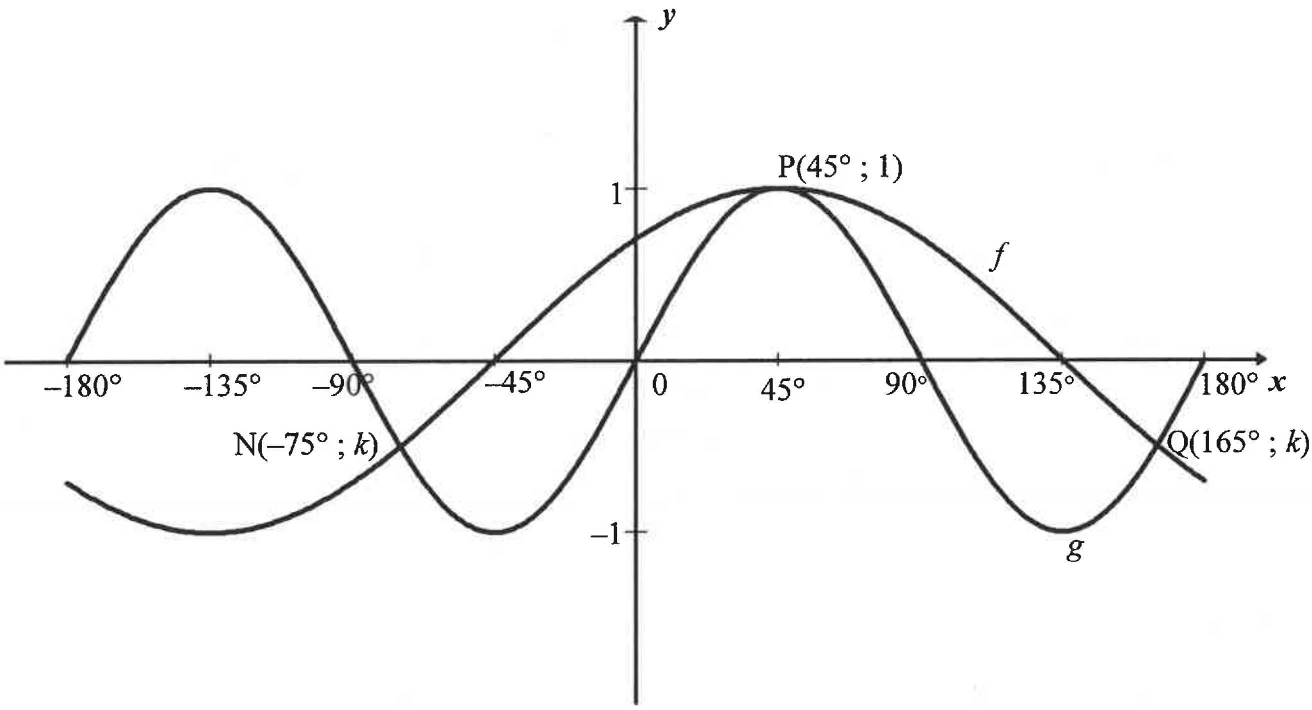
5.3.2 Bepaal gevolglik die algemene oplossing van

$$\frac{\sin 150°+\cos^2 x-1}{2}=\frac{1}{25}$$ (5)

[26]

VRAAG 6

In die diagram is die grafieke van $f(x) = \cos(x + a)$ en $g(x) = \sin 2x$ vir die interval $x \in [-180°;180°]$ geskets. Die grafieke sny by N(–75° ; k), P(45° ; 1) en $Q(165°;k)$. P is ook 'n draaipunt van albei grafieke.



6.1 Skryf die periode van f neer. (1)

6.2 Skryf die amplitude van g neer. (1)

6.3 Skryf die waarde van a neer. (1)

6.4 Bereken die waarde van k, die y-koördinaat van N en Q, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.** (2)

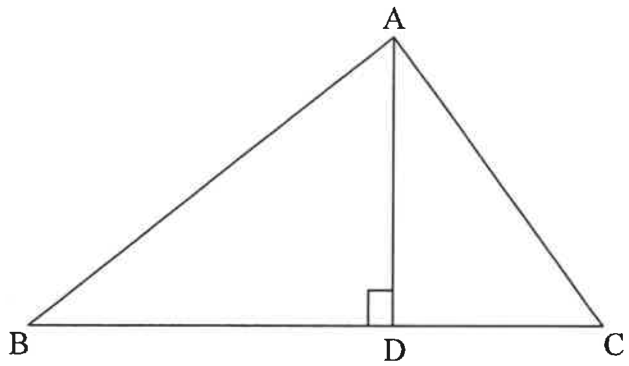
6.5 Bereken die waarde van x as $g(x+60°) = f(x+60°)$ en $x \in [-45° ; 0°]$. (1)

6.6 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bepaal die aantal oplossings wat die vergelyking $\sqrt{2}\sin 2x = \sin x + \cos x$ in die interval $x \in [-90° ; 90°]$ het. Toon ALLE berekeninge duidelik. (4)

[10]

VRAAG 7

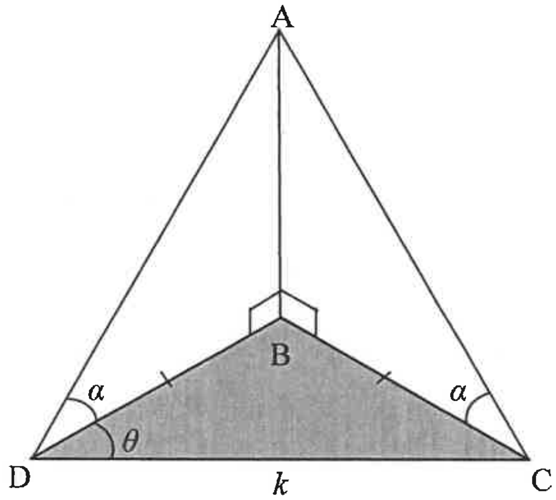
7.1 ΔABC is in die diagram hieronder geskets. AD is sodanig getrek dat AD $\perp$ BC.



7.1.1 Gebruik die diagram hierbo om AD in terme van $\sin \hat{B}$ te bepaal. (2)

7.1.2 Bewys vervolgens dat die oppervlakte van $\Delta ABC = \frac{1}{2}(BC)(AB)\sin \hat{B}$ (1)

7.2 In die diagram lê punte B, C en D in dieselfde horisontale vlak.
$A\hat{D}B = A\hat{C}B = \alpha$, $C\hat{D}B = \theta$ en DC = k eenhede. BD = BC.



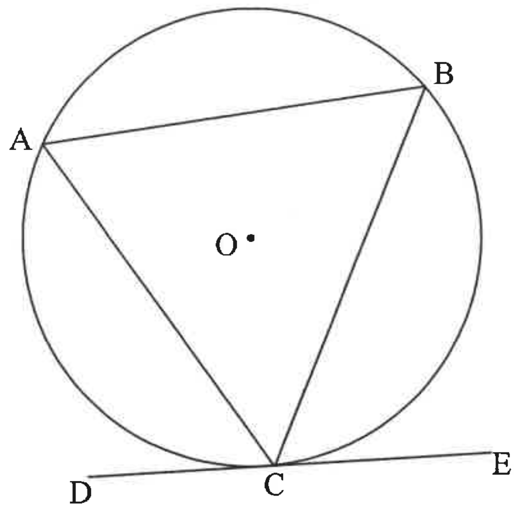
7.2.1 Bewys dat AD = AC (2)

7.2.2 Bewys dat $BD = \dfrac{k}{2\cos\theta}$ (3)

7.2.3 Bepaal die oppervlakte van ΔBCD in terme van k en as 'n enkele trigonometriese verhouding van θ. (3)
[11]

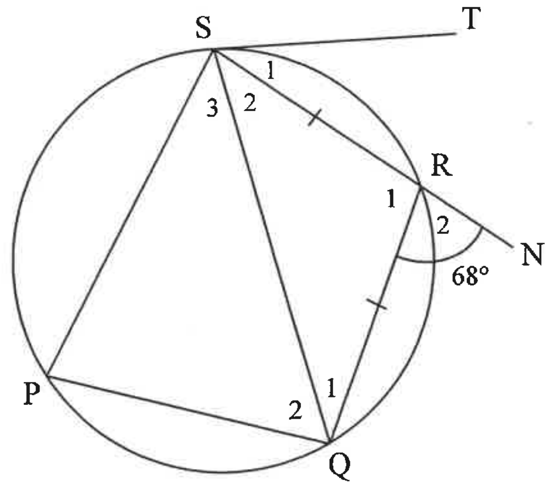
VRAAG 8

8.1 In die diagram is koorde AB, BC en AC getrek in die sirkel met middelpunt O. DCE is 'n raaklyn aan die sirkel by C.



Bewys die stelling wat sê dat die hoek tussen die raaklyn aan 'n sirkel en die koord getrek vanuit die raakpunt, gelyk is aan die hoek in die teenoorstaande segment, m.a.w. $B\hat{C}E = \hat{A}$. (5)

8.2 In die diagram is PQRS 'n koordevierhoek met RQ = RS. ST is 'n raaklyn aan die sirkel by S. SR is na N verleng. $\hat{R}_2 = 68°$.



Bepaal, met redes, die grootte van:

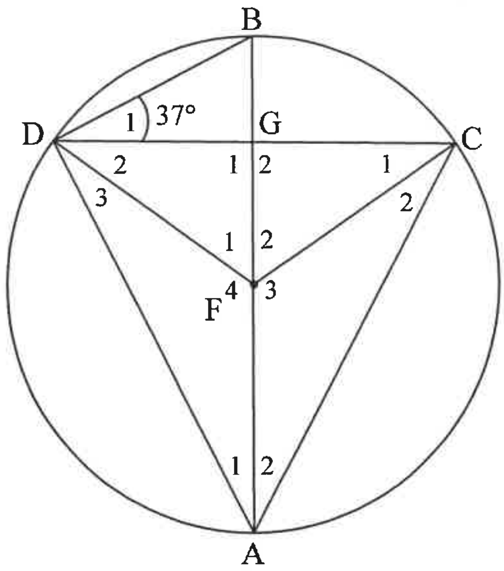
8.2.1 $\hat{P}$ (2)

8.2.2 $\hat{Q}_1$ (2)

8.2.3 $\hat{S}_1$ (2)
[11]

VRAAG 9

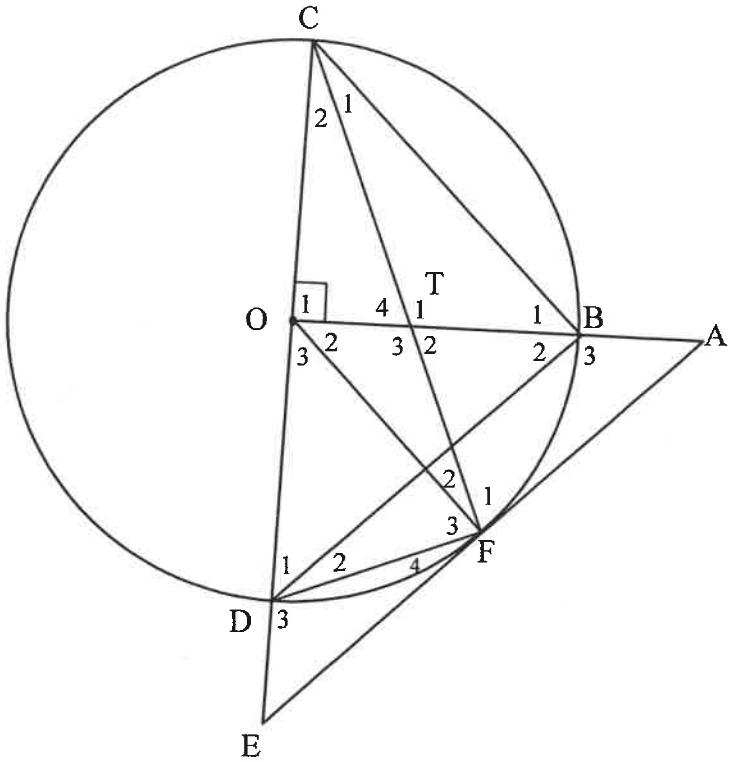
In die diagram is AB 'n middellyn van die sirkel met middelpunt F. AB en CD sny by G. FD en FC is getrek. BA halveer $C\hat{A}D$ en $\hat{D}_1 = 37°$.



9.1	Bepaal, met redes, enige drie ander hoeke gelyk aan $\hat{D}_1$.	(4)
9.2	Toon dat DG = GC.	(4)
9.3	Indien dit verder gegee word dat die radius van die sirkel 20 eenhede is, bereken die lengte van BG.	(4)
		[12]

VRAAG 10

In die diagram is COD die middellyn van die sirkel met middelpunt O. EA is 'n raaklyn aan die sirkel by F. AO ⊥ CE. Middellyn COD is verleng om die raaklyn aan die sirkel by E te sny. OB is verleng en sny die raaklyn aan die sirkel by A. CF sny OB by T. CB, BD, OF en FD is getrek.



Bewys, met redes, dat:

10.1 TODF 'n koordevierhoek is (4)

10.2 $\hat{D}_3 = \hat{T}_1$ (3)

10.3 $\Delta TFO \mathbin{|||} \Delta DFE$ (5)

10.4 Indien $\hat{B}_2 = \hat{E}$, bewys dat $DB \parallel EA$. (2)

10.5 Bewys dat $DO = \dfrac{TO.FE}{AB}$ (5)

[19]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

InΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

$$\text{area } \Delta\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin \mathrm{C}$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$